

Problèmes inverses en imagerie optique à travers la turbulence

Laurent Mugnier, Guy Le Besnerais et Serge Meimon

d'après « Inversion in optical imaging through atmospheric
turbulence », chap. 10 de *Bayesian Approach to Inverse Problems*,
ouvrage sous la direction de J. Idier, ISTE / John Wiley, 2008

Table des matières

10 Problèmes inverses en imagerie optique à travers la turbulence	3
10.1 L'imagerie optique en présence de turbulence	3
10.1.1 Introduction	3
10.1.2 Formation des images	4
10.1.2.1 La diffraction	4
10.1.2.2 Principe de l'interférométrie optique	5
10.1.3 Effet de la turbulence sur la formation des images	6
10.1.3.1 Turbulence et phase	6
10.1.3.2 Imagerie longue pose	6
10.1.3.3 Imagerie courte pose	7
10.1.3.4 Cas d'un interféromètre à grande base	8
10.1.4 Techniques d'imagerie	8
10.1.4.1 Techniques speckle	8
10.1.4.2 DECASO	9
10.1.4.3 Optique adaptative	10
10.1.4.4 Interférométrie optique	10
10.2 Approche pour l'inversion et critères de régularisation utilisés	12
10.3 Mesure d'aberrations	13
10.3.1 Introduction	13
10.3.2 L'analyseur de Hartmann-Shack	14
10.3.3 "Phase retrieval" et diversité de phase	16
10.4 Restauration myope en imagerie	16
10.4.1 Motivation et statistique du bruit	16
10.4.2 Traitement des données en Déconvolution par analyse de front d'onde (DECASO)	17
10.4.2.1 Traitement simple des images courte pose	17
10.4.2.2 Déconvolution myope des images courte pose	18
10.4.2.3 Simulations	19
10.4.2.4 Résultats expérimentaux	20
10.4.3 Restauration d'images corrigées par optique adaptative	20
10.4.3.1 Déconvolution myope des images corrigées par optique adaptative	20
10.4.3.2 Résultats expérimentaux	22
10.4.4 Conclusion	24
10.5 Reconstruction d'image en interférométrie / SOO	25
10.5.1 Modèle d'observation	25
10.5.2 Approche bayésienne classique	27
10.5.3 Modélisation myope	28

10.5.4	Résultats	29
10.5.4.1	Traitement de données de synthèse	29
10.5.4.2	Traitement de données expérimentales	31

Chapitre 10

Problèmes inverses en imagerie optique à travers la turbulence

Chapitre rédigé par Laurent M. Mugnier¹, Guy Le Besnerais et Serge Meimon, Office National d'Études et Recherches Aérospatiales, B.P. 72, 92322 Châtillon cedex, France (Laurent.Mugnier@onera.fr, Guy.Le_Besnerais@onera.fr, Serge.Meimon@onera.fr).

10.1 L'imagerie optique en présence de turbulence

10.1.1 Introduction

Le pouvoir de résolution théorique d'un télescope est limité par son diamètre. Pour un instrument réel, la présence d'aberrations optiques empêche souvent d'atteindre cette limite théorique, appelée (résolution de la) limite de diffraction. Ces aberrations peuvent provenir du télescope lui-même ainsi que du milieu de propagation des ondes lumineuses. Dans le cas de l'observation astronomique depuis le sol, ces aberrations sont avant tout dues à la turbulence atmosphérique. Plusieurs techniques ont été développées pour améliorer la résolution des instruments d'observation et s'affranchir des dégradations apportées par la turbulence. Dans cette section sont rappelées quelques notions essentielles sur l'imagerie optique, et en particulier sur les effets optiques de la turbulence. Puis les diverses techniques d'imagerie haute résolution à travers la turbulence sont passées en revue.

La section 10.2 présente brièvement l'approche inverse et les critères de régularisation utilisés dans ce chapitre. La section 10.3 est une introduction aux analyseurs de front d'onde ou analyseurs de surface d'onde (ASO) et aux problèmes de traitement auxquels ils donnent lieu. Ces dispositifs permettent de mesurer les aberrations optiques dues à la turbulence et sont des composants essentiels aujourd'hui en imagerie optique à haute résolution angulaire.

¹Laurent Mugnier et Serge Meimon sont reconnaissants à leurs collègues de l'équipe Haute Résolution Angulaire, et tout d'abord à leurs animateurs successifs Marc Séchaud et Vincent Michau, d'avoir su créer et maintenir un esprit d'équipe fait d'échanges, de curiosité intellectuelle et de goût pour le savoir partagé. Avec une mention particulière de la part de Laurent Mugnier pour les discussions initiatiques avec Jean-Marc Conan et de la part de Serge Meimon pour celles avec Frédéric Cassaing.

Trois techniques d'imagerie sont illustrées par les problèmes inverses qu'elles donnent à résoudre. Il s'agit de restauration d'image pour la déconvolution par analyse de front d'onde et pour l'imagerie corrigée par optique adaptative, traitées dans la section 10.4, et de reconstruction d'image pour l'interférométrie optique ou synthèse d'ouverture optique (section 10.5).

10.1.2 Formation des images

10.1.2.1 La diffraction

La formation des images est bien décrite par la théorie scalaire de la diffraction, exposée en détail dans des ouvrages de référence comme [Goo68, BW93] ; une introduction synthétique et moderne peut être trouvée dans [Mar89]. Elle peut être modélisée par une convolution, en tout cas à l'intérieur du domaine dit isoplanétique de l'instrument. Aux longueurs d'onde visibles, ce domaine est typiquement de l'ordre du degré quand on considère uniquement les aberrations propres d'un télescope et de quelques secondes d'arc ($1 \text{ arcsec} = 1/3600^\circ$) pour un télescope observant l'espace à travers la turbulence.

La réponse impulsionnelle (RI) instantanée d'un télescope ou du système "télescope + atmosphère" est égale au module carré de la transformée de Fourier de l'amplitude complexe du champ $\psi = P \exp(j\varphi)$ présent dans la pupille de l'instrument lorsque l'objet observé est ponctuel :

$$h(\boldsymbol{\xi}) = \left| \text{FT}^{-1} \left(P(\lambda \mathbf{u}) e^{j\varphi(\lambda \mathbf{u})} \right) \right|^2 (\boldsymbol{\xi}) \quad (10.1)$$

où λ est la longueur d'onde de l'imagerie supposée quasi monochromatique. Cette réponse est de plus normalisée, par convention, à une intégrale unité. Dans l'expression (10.1), la transformée de Fourier est la transformation du champ effectuée par le télescope entre le plan pupille et le plan focal, et le module carré est dû à la détection quadratique, i.e., en intensité. Le vecteur $\boldsymbol{\xi} = [\xi, \zeta]^T$ est constitué d'angles sur le ciel, en radians. Pour un télescope parfait et en l'absence de turbulence, P est constant dans la pupille et φ est nul². Pour un télescope réel, les variations du champ $P \exp(j\varphi)$ sont dues à la fois aux aberrations propres du télescope et à celles introduites par la turbulence.

Dans ce qui suit, on supposera que P est simplement l'indicatrice de la pupille, c'est-à-dire que les variations d'intensité dans la pupille d'entrée sont négligeables ; cette hypothèse est généralement valide en imagerie astronomique et est appelée approximation de champ proche.

L'équation (10.1) indique que la fonction de transfert optique ou FTO est l'autocorrélation de $\psi = P e^{j\varphi}$ dilatée de l'inverse de la longueur d'onde, ce que l'on écrit :

$$\widehat{h}(\mathbf{u}) = P e^{j\varphi} \otimes P e^{j\varphi}(\lambda \mathbf{u}). \quad (10.2)$$

En l'absence d'aberrations c'est-à-dire lorsque la phase φ est nulle, la FTO est donc l'autocorrélation de la pupille P ; elle a une fréquence spatiale de coupure égale à $D/\lambda \text{ rd}^{-1}$, où D est le diamètre de la pupille, et est strictement nulle au-delà. La résolution ultime d'un télescope (appelé parfois télescope monolithique par opposition aux interféromètres décrits plus bas) est donc limitée par son diamètre D . Celui-ci est limité par la technologie actuelle à une dizaine de mètres pour des télescopes au sol et

²La RI correspondante est appelée tache d'Airy .

à quelques mètres pour des télescopes embarqués sur satellite, par suite de contraintes d'encombrement et de poids. L'interférométrie optique ou synthèse d'ouverture optique (SOO) est une technique permettant de dépasser la limitation en résolution qui en résulte.

10.1.2.2 Principe de l'interférométrie optique

Cette technique consiste à faire interférer les champs électromagnétiques reçus en chaque pupille d'un réseau de pupilles (télescopes élémentaires ou segments de miroir); pour chaque paire (k, l) de pupilles, les données contiennent de l'information haute résolution à (ou autour de) la fréquence spatiale angulaire $B_{k,l}/\lambda$, où $B_{k,l}$ est le vecteur séparant les pupilles ou *base*. Cette fréquence spatiale peut être bien plus grande que la fréquence de coupure D/λ des pupilles individuelles.

Selon le type d'interféromètre et de recombinaison des faisceaux, on peut soit former et mesurer directement une image de l'objet d'intérêt (l'interféromètre est dit imageur), soit mesurer un ensemble discret de fréquences spatiales du-dit objet (l'interféromètre peut être appelé "corrélateur" car il mesure la corrélation des champs électromagnétiques entre pupilles élémentaires [Cas97]). Le lecteur intéressé par une typologie plus précise des instruments à SOO est invité à consulter [RMCS01].

Pour un télescope monolithique comme pour un interféromètre, la fonction de transfert est l'autocorrélation de la pupille d'entrée (see Eq. (10.2), pourvu que, si l'interféromètre est de type corrélateur, on assimile les pupilles à des points. Pour un interféromètre à grande base, i.e., lorsque les bases sont grandes devant le diamètre des pupilles individuelles – ce qui est généralement le cas des interféromètres corrélateurs – la différence entre imageur et corrélateur s'estompe du point de vue de l'information enregistrée dans les données. Les fonctions de transfert d'un télescope monolithique, d'un interféromètre imageur et d'un interféromètre corrélateur sont illustrées figure 10.1. Pour un interféromètre imageur, le traitement à réaliser est en bonne ap-

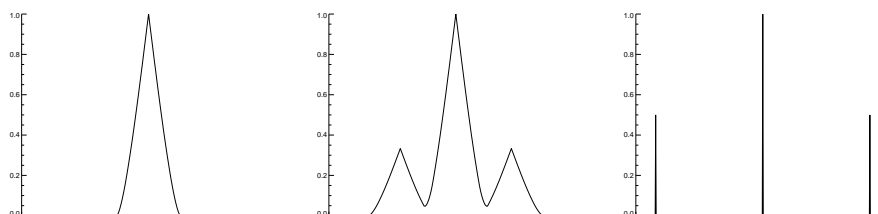


FIG. 10.1 – Coupes des fonctions de transfert d'un télescope monolithique (gauche), d'un interféromètre imageur à trois télescopes (milieu) et d'un interféromètre corrélateur à deux télescopes (droite).

proximation une déconvolution, avec une RI toujours donnée par l'équation (10.1) mais plus irrégulière qu'avec un télescope monolithique du fait de la forme de la pupille.

Pour un interféromètre corrélateur le problème de traitement de données change de nature, puisqu'il s'agit désormais de reconstruire un objet à partir de coefficients de Fourier, problème appelé synthèse de Fourier (SF). C'est ce problème qui sera abordé dans la section 10.5.

Une façon intuitive de se représenter la formation des données dans un interféromètre à grande base est l'expérience des trous d'Young, dans laquelle la pupille

de chaque télescope est un (petit) trou laissant passer la lumière qui vient de l'objet d'intérêt situé à grande distance. Chaque paire (k, l) de télescopes donne alors dans un plan focal un réseau de franges à la fréquence spatiale $B_{k,l}/\lambda$. Le contraste et la position de ces franges, s'ils sont tous deux mesurés, peuvent être naturellement regroupés en un nombre appelé "visibilité complexe" qui donne, dans un cadre idéal et en l'absence de turbulence, la valeur de $\widehat{x}(B_{k,l}/\lambda)/\widehat{x}(0)$ (théorème de Van Cittert-Zernike [Goo85, Mar89]).

10.1.3 Effet de la turbulence sur la formation des images

10.1.3.1 Turbulence et phase

Les inhomogénéités de température de l'air dans l'atmosphère engendrent des inhomogénéités de l'indice de réfraction de l'air, qui perturbent la propagation des ondes lumineuses à travers l'atmosphère. Ces perturbations se traduisent par des variations spatiales et temporelles de la phase pupillaire φ , qui doit alors être modélisée par un processus aléatoire. Dans cette section sont rappelés quelques résultats permettant de modéliser au second ordre la phase pupillaire turbulente. On fera l'hypothèse généralement bien vérifiée, au moins pour des échelles spatiales inférieures à la dizaine de mètres, que les variations aléatoires d'indice de l'air obéissent à la loi de Kolmogorov : elles suivent une loi de probabilité gaussienne, de moyenne nulle et de densité spectrale de puissance (PSD) proportionnelle à $|\nu|^{-11/3}$, où ν est la fréquence spatiale 3D [Rod81].

Par intégration le long du chemin optique et dans le cadre de l'approximation de champ proche, on peut en déduire la statistique spatiale de la phase dans la pupille du télescope, pour une onde plane en entrée de l'atmosphère. La phase dans la pupille est gaussienne, car résultante de la somme de toutes les perturbations d'indice depuis la haute atmosphère jusqu'au sol [Rod81]. La PSD de cette phase ne dépend que du paramètre r_0 et vaut [Nol76] :

$$S_\varphi(\mathbf{u}) = 0.023 r_0^{-5/3} u^{-11/3} \quad (10.3)$$

où \mathbf{u} est la fréquence spatiale 2D dans la pupille, u son module, et r_0 le paramètre-clé quantifiant la force de la turbulence, appelé diamètre de Fried [Fri65]. r_0 est d'autant plus petit que la turbulence est forte ; il dépend de la longueur d'onde et vaut typiquement 10 cm dans le visible dans un relativement bon site.

Le temps typique τ d'évolution de la phase turbulente dans la pupille est donné par le rapport entre l'échelle caractéristique r_0 de cette phase et d'une vitesse moyenne du vent Δv (qui est, plus précisément, un standard deviation de la distribution des modules des vitesses de vent [RGL82]) :

$$\tau = r_0 / \Delta v. \quad (10.4)$$

Pour $r_0 \simeq 10$ cm et $\Delta v \simeq 10$ m.s⁻¹, on obtient $\tau \simeq 10^{-2}$ s. On appellera donc longue pose une image correspondant à une intégration nettement plus longue que ce temps, et courte pose une image de temps d'intégration plus court. Pour un traitement complet de la statistique temporelle de la phase turbulente, on pourra consulter [CRM95].

10.1.3.2 Imagerie longue pose

La FTO longue pose turbulente est le produit de la FTO dite statique \widehat{h}^s du télescope sans atmosphère et d'une fonction de transfert de l'atmosphère \widehat{h}^a , de fréquence de

coupure r_0/λ [Rod81] :

$$\widehat{h}(\mathbf{u}) \triangleq \langle \widehat{h}_t(\mathbf{u}) \rangle = \widehat{h}^s(\mathbf{u}) \widehat{h}^a(\mathbf{u}) \text{ où } \widehat{h}^a(\mathbf{u}) = \exp \left\{ -3.44 (\lambda u / r_0)^{5/3} \right\}, \quad (10.5)$$

où la notation $\langle \cdot \rangle$ désigne une moyenne temporelle sur une durée arbitrairement longue. On voit donc que pour un télescope de grand diamètre $D \gg r_0$, la résolution en imagerie longue pose est limitée par la turbulence et n'est pas meilleure que celle d'un télescope de diamètre r_0 .

10.1.3.3 Imagerie courte pose

Comme l'a remarqué Labeyrie [Lab70], lorsque le temps de pose est assez court pour figer la turbulence (typiquement inférieur à 10 ms, see (10.4)) les images conservent des informations haute fréquence sous la forme de tavelures ou *speckles*, de taille typique λ/D et de position aléatoire. Ceci est illustré sur la Figure 10.2, qui montre l'image simulée d'une étoile à travers la turbulence ($D/r_0 = 10$) en courte pose (à gauche) et en longue pose (à droite).

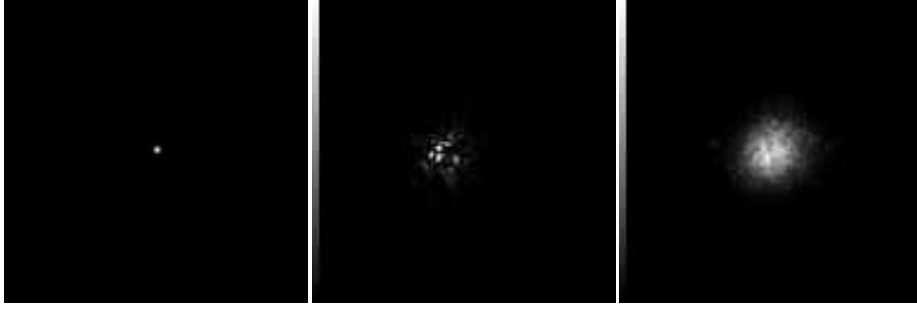


FIG. 10.2 – Images d'une étoile simulées sans turbulence atmosphérique (gauche) et à travers la turbulence (courte pose au centre et longue pose à droite). Le rapport D/r_0 vaut 10 ; l'échantillonnage des images respecte la condition de Shannon.

Il est possible de quantifier cette information haute fréquence présente dans les images courtes poses en évaluant la fonction de transfert de speckle (FTS), définie comme le moment d'ordre deux de la fonction de transfert instantanée, $\langle |\widehat{h}_t(\mathbf{u})|^2 \rangle$. Pour un télescope de grand diamètre ($D \gg r_0$), et moyennant une approximation sur la statistique de la turbulence, on peut trouver une expression approchée de la FTS [Rod81] :

$$\langle |\widehat{h}_t(\mathbf{u})|^2 \rangle \simeq \langle \widehat{h}_t(\mathbf{u}) \rangle^2 + 0.435 (r_0/D)^2 \widehat{h}_0^s(\mathbf{u}) \quad (10.6)$$

où \widehat{h}_0^s est la fonction de transfert d'un télescope parfait (i.e., dépourvu d'aberrations) de diamètre D .

Cette expression permet de décrire la FTS comme la somme du carré de la fonction de transfert longue pose, qui est basse fréquence (BF), et d'une composante haute fréquence (HF) qui s'étend jusqu'à la fréquence de coupure du télescope avec une atténuation proportionnelle à $(D/r_0)^2$. Il est donc possible, par un traitement d'un ensemble d'images courtes poses plus judicieux qu'une simple moyenne, de restituer une image haute résolution de l'objet observé.

10.1.3.4 Cas d'un interféromètre à grande base

L'équation (10.5) s'applique quelle que soit la forme de la pupille de l'instrument, donc en particulier à un interféromètre. En longue pose le contraste des franges mesurées pour la base $\mathbf{B}_{k,l}/\lambda$ est donc multiplié par $\widehat{h}^a(\mathbf{B}_{k,l}/\lambda)$ et atténué si fortement qu'il rend la mesure de $\widehat{x}(\mathbf{B}_{k,l}/\lambda)$ inutilisable.

En courte pose, pour un interféromètre dont chaque pupille est de diamètre inférieur au diamètre de Fried r_0 ou est corrigée de la turbulence par optique adaptative (voir 10.1.4.3), l'impact de la turbulence sur les mesures de l'interféromètre est aisé à modéliser : dans l'analogie des trous d'Young évoquée plus haut, chaque trou k ajoute un déphasage (ou piston) $\varphi_k(t)$ à l'onde le traversant, du fait des aberrations introduites par la turbulence devant cette pupille. Les interférences entre deux pupilles k et l sont donc déphasées du "piston différentiel" $\varphi_l(t) - \varphi_k(t)$ qui se traduit, en courte pose, par un déplacement aléatoire des franges sans atténuation du contraste. L'atténuation du contraste en longue pose résulte du moyennage de ces déplacements aléatoires. La section 10.5 présentera des techniques de moyennage permettant de s'affranchir des pistons différentiels.

La fonction de transfert en courte pose, à la fréquence $\mathbf{B}_{k,l}/\lambda$, s'écrit :

$$\widehat{h}_t(\mathbf{B}_{k,l}/\lambda) = \eta_{k,l}(t) e^{j(\varphi_l(t) - \varphi_k(t))} \quad (10.7)$$

où $\eta_{k,l}(t)$ est un nombre souvent appelé "visibilité instrumentale". En l'absence des nombreuses sources potentielles de perte de visibilité (perturbations de front d'onde résiduelles sur chaque télescope, tilts différentiels entre télescopes, effets de polarisation différentielle, largeur spectrale non nulle, etc.), $\eta_{k,l}(t)$ vaut l'inverse du nombre de pupilles interférant simultanément (equation (10.2) en considérant que P est constitué de Diracs). En pratique cette visibilité instrumentale est étalonnée sur une étoile réputée non résolue par l'interféromètre avant d'observer l'objet d'intérêt, et est compensée lors des prétraitements des données brutes. En prenant en compte cet étalonnage on peut donc remplacer $\eta_{k,l}(t)$ par 1 dans l'équation (10.7).

Notons que la base $\mathbf{B}_{k,l}$ de la mesure entre les pupilles k et l dépend du temps : en effet, la configuration pupillaire vue depuis l'objet évolue avec la rotation terrestre. Ceci est utilisé en "super-synthèse", technique qui consiste, lorsque l'émission de la source est stationnaire, à répéter les mesures au cours de la nuit d'observation pour augmenter la couverture fréquentielle de l'interféromètre.

10.1.4 Techniques d'imagerie

L'imagerie haute résolution à travers la turbulence a pour objectif de restaurer les HF au-delà de la fréquence de coupure r_0/λ de l'imagerie longue pose jusqu'à la fréquence de coupure de l'instrument. Ceci est rendu possible par diverses techniques expérimentales qui évitent l'intégration temporelle des défauts de phase introduits par la turbulence. La qualité de la technique peut alors se mesurer par le rapport signal à bruit (SNR) résultant dans les hautes fréquences spatiales.

10.1.4.1 Techniques speckle

Les premières techniques haute résolution reposent sur l'acquisition d'une série d'images courte pose et le calcul de moments empiriques. L'interférométrie³ des tave-

³Le terme d'interférométrie pourrait laisser croire, à tort, que l'instrument utilisé ici est un interféromètre. Il n'en est rien et les interférences dont il s'agit proviennent d'une pupille monolithique.

lures [Lab70], ou *speckle interferometry*, utilise la moyenne quadratique des transformées de Fourier des images, qui permet d'estimer l'autocorrélation de l'objet observé. Knox et Thomson [KT74], puis Weigelt [Wei77] ont proposé des méthodes de traitement, utilisant respectivement l'interspectre (ou *cross-spectrum*) et le bispectre des images courte pose, qui permettent d'estimer l'objet et pas seulement son autocorrélation. Ces méthodes nécessitent d'effectuer des moyennes sur un très grand nombre d'images, même pour des objets simples, à la fois pour que l'estimation des quantités statistiques estimées soit valide et pour améliorer le SNR.

10.1.4.2 DECASO

Une amélioration notable des résultats d'imagerie courte pose à travers la turbulence est alors survenue, non d'une amélioration des traitements, mais d'un changement de la technique expérimentale elle-même. Fontanella a proposé en 1985 [Fon85] une nouvelle technique d'imagerie : la déconvolution par analyse de front d'onde, aussi appelée déconvolution par analyse de surface d'onde (DECASO). Cette technique, fondée sur l'utilisation d'un dispositif appelé analyseur de front d'onde ou analyseur de surface d'onde (ASO), a été validée expérimentalement peu après [PRF88, PRF90].

Le but des ASOs, qui jusqu'alors n'étaient utilisés que pour vérifier la qualité de surface des miroirs de télescopes, est de mesurer les aberrations de systèmes optiques (la phase φ de l'équation (10.1)). Certains d'entre eux, comme l'analyseur de Hartmann-Shack utilisé en déconvolution par analyse de front d'onde, fonctionnent même si l'on observe un objet d'intérêt étendu et non un point source. Si l'objet d'intérêt est dans l'espace et non dans le laboratoire, les aberrations mesurées sont alors celles du système instrument plus atmosphère. Aujourd'hui, les ASOs sont des composants essentiels des instruments d'imagerie à haute résolution. La section 10.3 donnera un aperçu rapide de ces dispositifs .

La technique de déconvolution par analyse de front d'onde consiste à enregistrer simultanément une série d'images courte pose et des mesures de front d'onde par Hartmann-Shack. En pratique, il faut utiliser typiquement au moins une dizaine d'images courte pose pour couvrir correctement l'ensemble des fréquences spatiales jusqu'à la coupure du télescope (équation (10.6)). Ce nombre d'images doit être plus grand si l'objet observé est peu brillant.

La déconvolution par analyse de front d'onde représente une amélioration importante par rapport aux autres techniques courte pose évoquées plus haut. En effet, tout d'abord, comme Knox-Thomson ou le bispectre, elle permet d'estimer non pas l'autocorrélation de l'objet, mais l'objet lui-même. Ensuite, contrairement aux précédentes techniques courte pose, cette technique évite l'enregistrement d'images d'une étoile de référence ; c'est d'ailleurs pour quoi elle est appelée *self-referenced speckle interferometry*. Enfin, elle permet une mesure efficace en termes de photons collectés ; en effet, comme les images courte pose doivent être quasi monochromatiques pour ne pas brouiller les tavelures, tous les photons restants peuvent être détournés sur l'ASO sans aucune perte de signal sur la voie image. Cette technique permet donc d'enregistrer plus d'information que les précédentes techniques courte pose et contrairement à elles, possède un SNR qui n'est pas limité par le bruit de speckle à fort flux [Rod88b], du fait de son caractère autoréférencé. Ceci explique que les techniques d'interférométrie des tavelures soient aujourd'hui délaissées.

La section 10.4.2 présente plus en détail le traitement des données de cette technique, lequel est un double problème inverse (estimation à partir des mesures de l'ASO des fronts d'ondes, qui permettent de remonter à la RI instantanée correspondant à

chaque image, et estimation de l'objet à partir des images et des mesures ASO).

10.1.4.3 Optique adaptative

La technique d'imagerie la plus performante en termes de SNR est l'optique adaptative (OA), qui consiste en une compensation en temps réel des aberrations introduites par la turbulence atmosphérique, généralement par réflexion sur un miroir dont la surface est déformée à chaque instant *via* une boucle d'asservissement, en fonction des mesures d'un ASO.

Cette technique permet donc d'enregistrer des images longue pose (typiquement de quelques secondes à plusieurs dizaines de minutes) en conservant les HF de l'objet observé jusqu'à la fréquence de coupure propre du télescope. Ces HF sont néanmoins atténuées car la correction est partielle [Con94] et une déconvolution est nécessaire. Cette déconvolution, pour laquelle la RI est souvent mal connue, est présentée dans la section 10.4.3.

L'ASO le plus couramment utilisé est l'analyseur de Hartmann-Shack (see section 10.3.2). Le miroir déformable associé comporte des actionneurs constitués d'empilements de plaques piézoélectriques, lesquels sont commandés par des hautes tensions. La technique de l'OA a été proposée par Babcock dès 1953, puis développée à partir des années 1970 pour les besoins de la défense, d'abord aux Etats-Unis puis en France, mais il a fallu attendre la fin des années 1980 pour que le premier système d'OA pour l'astronomie voie le jour [RFK⁺90]. Le lecteur intéressé par une présentation détaillée de l'OA pourra consulter un ouvrage de référence tel que [Rod99].

10.1.4.4 Interférométrie optique

Cette section décrit quelques étapes majeures du développement de l'interférométrie stellaire depuis le sol, et s'inspire en partie de [Mon03].

Les premières mesures stellaires L'utilisation de l'interférométrie pour observer des étoiles a été proposée pour la première fois par Fizeau en 1868. L'objectif envisagé se limitait à la mesure du diamètre de corps célestes. Il a fallu attendre 1890 pour en voir la première mise en oeuvre expérimentale par Michelson [Mic91], qui mesura le diamètre des lunes de Jupiter en masquant un télescope avec deux fentes fines distantes de quatre pouces. En 1920-21, il mesura avec Pease le diamètre de l'étoile Betelgeuse, avec un interféromètre de 20 pieds de base, soit environ 6 mètres [MP21].

Les tentatives infructueuses de Pease pour atteindre une base de 50 pieds marquent le début d'une période difficile pour l'interférométrie optique. Dans le même temps, les avancées dans le domaine du radar pendant la seconde guerre mondiale sont à l'origine du développement de l'interférométrie aux longueurs d'onde radio. Celle-ci a permis d'atteindre des résolutions plus fines que la milliseconde d'angle, alors que l'interférométrie optique était délaissée du fait des nombreuses difficultés techniques pour recombiner de manière cohérente les faisceaux provenant de deux télescopes. En effet, en optique, il est impossible d'enregistrer la phase et donc la recombinaison des faisceaux ne peut pas se faire après l'enregistrement séparé de chacun d'eux, mais doit se faire en temps réel. Un autre handicap pour l'optique est que les effets de la turbulence évoluent beaucoup plus rapidement qu'en radio.

Le renouveau de l'interférométrie optique La première recombinaison cohérente par un interféromètre à *longue base* de faisceaux optiques émis par une étoile fut réa-

lisée par Labeyrie en 1974 [Lab75], avec une base de 12 mètres. Cet Interféromètre à 2 Télescopes, ou I2T, fut alors déplacé de Nice au Plateau de Calern. Une version plus ambitieuse, constituée de télescopes de 1,5 mètres de diamètre pour une base allant jusqu'à 65 mètres, fut construite sur le même site, sous le nom de Grand Interféromètre à 2 Télescopes, ou GI2T [MTBB⁺94]. Jusqu'alors, l'interférométrie servait, à l'aide de deux ouvertures, à mesurer un profil du spectre spatial d'une scène astronomique, dont on extrayait quelques paramètres pour valider ou infirmer un modèle astrophysique. En particulier, seul le module de ce spectre spatial était exploitable. Or sans la phase, il est en général impossible de déterminer la géométrie de la scène observée. En 1987, l'équipe de Hannif *et al.* démontra, en masquant un télescope monolithique, la possibilité de réaliser des réseaux interférométriques [HMT⁺87], c'est-à-dire former simultanément des franges d'interférences pour chaque couple de télescope du réseau. Cette technique, en plus de fournir instantanément plusieurs mesures (15 fréquences par pose pour un interféromètre à 6 télescopes), permet d'accéder à la phase du spectre spatial de l'objet [BHMW86], rendant possible l'imagerie par interférométrie de scènes plus complexes qu'un disque uniforme ou un système binaire. Le formidable potentiel de cette méthode poussa différentes équipes à bâtir de tels instruments. EN 1995, l'interféromètre COAST réalisa la première recombinaison simultanée à trois télescopes [BBB⁺96], suivi de quelques mois par NPOI [BHE⁺97] puis par IOTA [IOT] (aujourd'hui décommissionné). Ces instruments évoluant vite, le lecteur intéressé trouvera des informations à jour sur le site <http://olbin.jpl.nasa.gov/>.

L'avenir de l'interférométrie La technologie nécessaire pour construire des réseaux interférométriques en optique est aujourd'hui mature, et s'appuie sur les domaines connexes de l'optique intégrée, de l'optique adaptative et des fibres optiques :

- l'*optique intégrée* est utilisée avec succès depuis plusieurs années pour la recombinaison simultanée multi-télescopes, en particulier sur l'interféromètre IOTA [BHK⁺03] (les données expérimentales traitées à la fin de ce chapitre ont été recueillies avec ce système) ;
- l'*optique adaptative* sur des grands télescopes comme ceux du Very Large Telescope Interferometer rend possible l'observation d'objets peu brillants ;
- les *fibres optiques* monomodes vont permettre de relier interférométriquement des télescopes très éloignés. Ainsi, le projet OHANA prévoit de combiner interférométriquement les sept plus grands télescopes du sommet du Mauna Kea à Hawaï. Le réseau ainsi réalisé aura une base maximale de 800 m [PWL⁺06].

En parallèle du développement de ces grands interféromètres corrélateurs, la technologie permettant de faire des interféromètres *imageurs* est aujourd'hui disponible. Ces instruments devraient à terme permettre un gain important en volume et en masse par rapport à un télescope monolithique équivalent, ce qui ferait d'eux des candidats de choix pour les missions spatiales. Au sol, ils seront une alternative aux télescopes monolithiques géants (de plusieurs dizaines de mètres). Le premier d'entre eux est le Large Binocular Telescope LBT [HS04], qui recombina deux télescopes de plus de huit mètres de diamètre corrigés par optique adaptative.

En fonctionnement depuis des années, les télescopes segmentés, tels les télescopes du Keck Observatory [Kec], sont à la limite entre un interféromètre imageur et un télescope. Leur miroir collecteur constitué de pétales jointifs est plus simple à réaliser qu'un miroir monolithique, et cette technique a été retenue pour la réalisation des futurs télescopes géants européen E-ELT (pour *European Extremely Large Telescope*) ou américain TMT (pour *Thirty Meter Telescope*).

Outre les instruments corrélateurs et imageurs décrits dans ce chapitre, il existe d'autres sortes d'interféromètres ; le lecteur intéressé pourra se référer à la sélection de publications de référence sur l'ensemble du domaine réunie par P. Lawson [Law97]. Dans ce chapitre, nous aborderons uniquement la problématique de traitement des données recueillies à l'aide d'un interféromètre corrélateur, observant l'espace depuis la Terre à travers la turbulence.

10.2 Approche pour l'inversion et critères de régularisation utilisés

L'inversion en imagerie optique à travers la turbulence est généralement un problème mal posé dans le cas d'un télescope monolithique et sous-déterminé dans le cas d'un interféromètre.

En DECASO et en optique adaptative, on doit résoudre un problème de restauration d'images, pour lequel on utilise directement l'approche bayésienne décrite dans cet ouvrage. Dans le cas de déconvolution dite *simple* où l'on considère la RI parfaitement connue, l'objet estimé est alors défini comme le minimiseur d'un critère mixte contenant un terme d'attache aux données J_y et un terme d'attache à l'*a priori* J_x . En SOO on doit effectuer une reconstruction d'image à partir de données hétérogènes et avec une connaissance très incomplète de la fonction de transfert du fait de la turbulence. Plusieurs approches sont envisageables pour traiter ce type de données et détaillées plus loin.

Dans tous les cas il est nécessaire de régulariser l'inversion pour parvenir à des solutions acceptables, ce qui est fait ici en utilisant un terme de régularisation J_x dans le critère minimisé pour obtenir la solution. Les critères de régularisation utilisés dans ce chapitre sont pris parmi ceux décrits ci-dessous et sont tous convexes.

Les critères quadratiques sont les plus répandus. Nous utiliserons en DECASO et en SOO un critère de ce type avec un modèle paramétrique de spectre d'objet comme celui proposé pour l'OA dans [CMF⁺98]. Un avantage de ces critères est qu'il est possible d'estimer les paramètres du modèle aisément, par exemple par maximum de vraisemblance. On pourra consulter [BMI03] pour l'identification du modèle de spectre de [CMF⁺98] avec estimation simultanée des aberrations et [GRM⁺06] pour une application à l'OA avec RI connue. Ce modèle peut également être identifié à partir des données en SOO [Mei05].

Pour des objets à bords francs comme des satellites artificiels, des astéroïdes ou des planètes, un critère quadratique a tendance à lisser les bords et à introduire près de ceux-ci des oscillations parasites ou *ringing*. Une solution est alors d'utiliser un critère "edge-preserving" comme les critères dits quadratiques-linéaires, ou L_2L_1 , qui sont quadratiques pour les faibles gradients de l'objet et linéaires pour les forts gradients. La partie quadratique assure un bon lissage du bruit et la partie linéaire annule la pénalisation des bords (voir le Chapitre 6). On utilisera ici, en DECASO (paragraphe 10.4.2) et en OA (paragraphe 10.4.3), une version isotrope [MRC⁺01] du critère proposé par Rey [Rey83] dans le contexte de l'estimation robuste et utilisé par Brette et Idier en restauration d'images [BI96] :

$$J_x(\mathbf{x}) = \mu\delta^2 \sum_r (\Lambda\mathbf{x}(\ell, m)/\delta - \log(1 + \Lambda\mathbf{x}(\ell, m)/\delta)) \quad (10.8)$$

où $\Lambda\mathbf{x}(\ell, m) = \sqrt{\nabla_\xi \mathbf{x}(\ell, m)^2 + \nabla_\zeta \mathbf{x}(\ell, m)^2}$, avec $\nabla_\xi \mathbf{x}$ et $\nabla_\zeta \mathbf{x}$ les approximations par différences finies des gradients selon les deux directions d'espace.

Pour des objets constitués de points brillants sur des fonds assez lisses comme on en rencontre souvent en astronomie, on peut envisager un *a priori* L_2L_1 indépendant entre pixels ou blanc, c'est-à-dire utiliser la régularisation de l'équation (10.8) mais avec $\Lambda \mathbf{x} = \mathbf{x}$. C'est ce que nous ferons au paragraphe 10.5.4.1. Pour les données interférométriques du paragraphe 10.5.4.2, nous utiliserons une contrainte "molle" de support. Cette dernière contrainte effectue une interpolation fréquentielle et est donc particulièrement appropriée du fait du caractère lacunaire et asymétrique de la couverture fréquentielle des interféromètres actuels (et du fait que l'objet observé est effectivement à support limité). Contrairement au cas de la régularisation quadratique avec modèle de spectre objet, les hyperparamètres doivent être ici réglés de manière supervisée.

10.3 Mesure d'aberrations

10.3.1 Introduction

L'ASO est aujourd'hui un élément-clé d'un instrument d'imagerie à haute résolution, car il permet de mesurer les aberrations de celui-ci et de la turbulence atmosphérique afin de les compenser, soit en temps réel (OA) soit *a posteriori*, par traitement.

Il existe aujourd'hui un grand nombre d'ASOs, qui sont passés en revue de manière détaillée dans [Rou99] et peuvent être classés en deux familles : les analyseurs plan focal et les analyseurs plan pupille.

Les systèmes d'OA actuels utilisent soit un analyseur de Hartmann-Shack [SP71], bien décrit dans [Fon85], soit un analyseur à courbure [Rod88a]. Tous deux appartiennent à la famille des ASOs plan pupille et utilisent une partie de la lumière incidente détournée au moyen d'une lame séparatrice (dichroïque). Pour l'OA ils ont tous deux les propriétés agréables qu'ils fonctionnent avec une large bande spectrale (parce qu'ils sont bien décrits par l'optique géométrique) et que la relation entre les aberrations inconnues et les données est linéaire, de sorte qu'elle peut être inversée en temps réel. La sous-section suivante présente le principe de fonctionnement de l'analyseur de Hartmann-Shack, qui est utilisé dans la suite pour la technique de DECASO et est le plus utilisé en OA.

La famille des analyseurs de front d'onde en plan focal est née de l'idée naturelle que l'image d'un objet donné contient de l'information non seulement sur cet objet mais également sur le front d'onde. Un analyseur de front d'onde en plan focal requiert par conséquent peu ou pas d'autre optique que le capteur d'imagerie. Il est aussi le seul moyen pour être sensible à toutes les aberrations jusqu'au plan focal.

La sous-section 10.3.3 présente brièvement la technique d'analyse de front d'onde plan focal appelée diversité de phase [Gon82]. Cette technique est à la fois très simple du point de vue matériel et, comme le Hartmann-Shack, fonctionne sur des objets très étendus.

Notons enfin qu'il existe des ASOs particuliers appelés senseurs de cophasage qui permettent de mesurer les pistons différentiels entre pupilles, lesquels sont les aberrations spécifiques des interféromètres. La diversité de phase peut d'ailleurs à la fois être utilisée comme ASO et comme senseur de cophasage. À l'heure actuelle, ces pistons différentiels ne sont pas encore corrigés sur les interféromètres en fonctionnement.

10.3.2 L'analyseur de Hartmann-Shack

Le principe de cet analyseur est illustré Figure 10.3 : une matrice de $N_{ml} \times N_{ml}$ microlentilles est placée dans un plan pupille (image de la pupille d'entrée du télescope); elle échantillonne, c'est-à-dire "découpe" le front d'onde incident. Au foyer de cette matrice, un ensemble de détecteurs (caméra CCD par exemple) enregistre les N_{ml}^2 imagettes, qui sont chacune l'image de l'objet observé à travers la portion de pupille découpée par la microlentille correspondante. Lorsque le front d'onde est perturbé par des aberrations, chaque microlentille voit approximativement un front d'onde plan incliné et l'imagette correspondante est donc décalée par rapport à sa position de référence d'une grandeur proportionnelle à la pente moyenne du front d'onde. Dans le cas d'aberrations dues à la turbulence atmosphérique, N_{ml} doit être choisi pour que la dimension de chaque microlentille, ramenée dans la pupille d'entrée de l'instrument, soit de l'ordre du diamètre de Fried r_0 . On mesure la position du centre de gravité de chaque imagette, ce qui fournit une carte des pentes moyennes du front d'onde sur une grille⁴ $N_{ml} \times N_{ml}$.

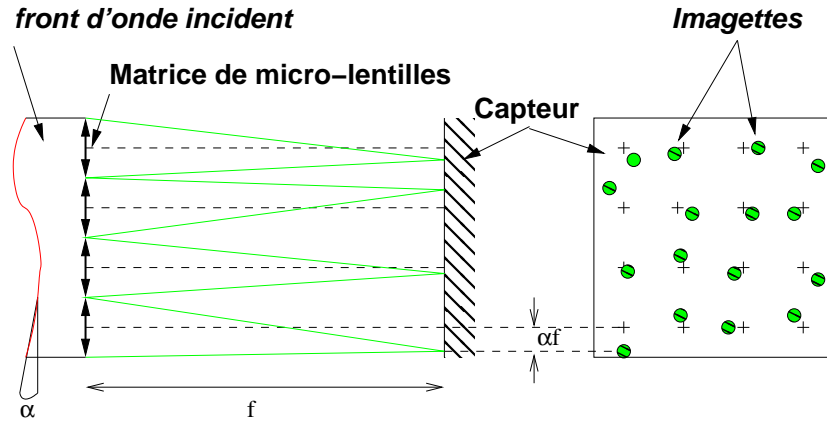


FIG. 10.3 – Principe de l'analyseur de Hartmann-Shack

La phase inconnue à l'instant t , notée φ_t , est généralement décomposée sur les polynômes de Zernike [Nol76] et on note ϕ_t^q les coefficients de cette décomposition :

$$\varphi_t(\mathbf{r}) = \sum_q \phi_t^q Z_q(\mathbf{r}) \quad (10.9)$$

où \mathbf{r} est le point courant dans la pupille. Le problème direct peut donc se mettre sous la forme :

$$\mathbf{s}_t = \mathbf{D}\phi_t + \mathbf{b}'_t$$

où \mathbf{s}_t est le vecteur concaténant les $2N_{ml}^2$ mesures de pente (x et y), ϕ_t le vecteur des coordonnées de la phase inconnue et \mathbf{D} essentiellement un opérateur de dérivation échantillonné appelé "matrice d'interaction".

⁴ On peut envisager de considérer comme mesures non pas cette carte des pentes locales, mais directement l'ensemble des imagettes brutes ; en pratique, ces imagettes engendrent un flot de données important et ne sont donc généralement pas stockées sur disque. En effet, pour une utilisation en imagerie à travers la turbulence, il faut échantillonner le front d'onde à plusieurs dizaines, voire centaines de Hertz.

Le bruit est généralement supposé blanc gaussien et homogène. L'indépendance entre les mesures des différentes sous-pupilles est naturelle et le caractère gaussien justifie parce que résultant d'une estimation de centre de gravité sur un "grand" nombre de pixels (typiquement quelques dizaines)

La solution classiquement utilisée pour estimer la phase, en particulier sous des contraintes de temps réel (OA), est l'estimation aux moindres carrés. La matrice $\mathbf{D}^T \mathbf{D}$ est *a priori* non inversible, parce que le nombre de mesures est fini ($2N_{ml}^2$), alors que la dimension K du vecteur ϕ est infinie en théorie ; en pratique, même lorsque K est choisi légèrement inférieur à $2N_{ml}^2$, $\mathbf{D}^T \mathbf{D}$ est mal conditionnée. Le remède habituel est de réduire la dimension K de l'espace des inconnues ϕ et de filtrer quelques modes non vus ou mal vus par l'analyseur, correspondant aux quelques valeurs propres nulles ou très faibles de $\mathbf{D}^T \mathbf{D}$. On prend souvent $K \simeq N_{ml}^2$.

Ce remède fonctionne correctement du fait que la base des polynômes de Zernike est bien adaptée à la turbulence atmosphérique. D'une part, ces polynômes sont classés dans un ordre correspondant à des fréquences spatiales de plus en plus élevées et la turbulence possède une PSD décroissant assez rapidement (see equation (10.3)), donc la diagonale de la matrice de covariance des coefficients de la phase turbulente sur la base des Zernike est décroissante ; d'autre part, cette matrice est concentrée autour de sa diagonale, c'est-à-dire que les polynômes de Zernike Z_i sont assez proches des modes propres (Karhunen-Loève) de la turbulence. Par conséquent, la troncature de la base $\{Z_i\}$ à un Z_K consiste à sélectionner un espace contenant les modes les plus énergétiques. Le choix du meilleur K est assez problématique, car il dépend à la fois de la force de la turbulence r_0 et du niveau de bruit sur l'ASO.

Comme l'on possède de bonnes connaissances statistiques sur la turbulence (see références du section 10.1.3), une approche bayésienne est plus appropriée et donne de meilleurs résultats. Néanmoins, l'estimation aux moindres carrés est encore aujourd'hui très largement utilisée en OA, ce qui explique que les systèmes d'OA actuels ont des ASO plutôt légèrement surdimensionnés par rapport au nombre d'actuateurs à piloter.

Le problème de reconstruction de la phase étant linéaire et gaussien, il conduit à un estimateur MMSE/MAP analytique, sous forme *covariance* dans [Wal83] et sous forme *information* dans [BKL⁺94, SM85] (see Chapter 3). L'estimation MAP de chacune des phases correspond à minimiser le critère mixte $J_{MAP}^\phi = J_s + J_\phi$, avec :

$$J_s = \frac{1}{2} (\mathbf{s}_t - \mathbf{D}\phi_t)^T \mathbf{C}_{b'}^{-1} (\mathbf{s}_t - \mathbf{D}\phi_t) \quad (10.10)$$

$$\text{and } J_\phi = \frac{1}{2} \phi_t^T \mathbf{C}_\phi^{-1} \phi_t \quad (10.11)$$

où $\mathbf{C}_{b'}$ est la matrice de covariance du bruit de mesure des pentes (diagonale, de diagonale à peu près constante) et \mathbf{C}_ϕ la matrice de covariance de la phase turbulente dans la base de Zernike, qui est déduite de l'équation (10.3) [Nol76] et fonction uniquement de r_0 . La solution bien connue est :

$$\hat{\phi}_t = (\mathbf{D}^T \mathbf{C}_{b'}^{-1} \mathbf{D} + \mathbf{C}_\phi^{-1})^{-1} \mathbf{D}^T \mathbf{C}_{b'}^{-1} \mathbf{s}_t. \quad (10.12)$$

Cette solution tire parti des connaissances sur la statistique spatiale de la turbulence. Pour une utilisation en OA, où la fréquence d'échantillonnage est généralement bien supérieure à $1/\tau_0$, il est judicieux d'opter pour une extension naturelle de cet estimateur MMSE qui utilise également les connaissances *a priori* sur la statistique temporelle de la turbulence ; cette extension est l'estimateur optimal du filtrage de Kalman [LRCK⁺04, PCK⁺05, KRP⁺06].

10.3.3 “Phase retrieval” et diversité de phase

Le “phase retrieval” consiste à estimer les aberrations vues par un instrument à partir de l’image d’un point-source. Ceci revient à inverser l’équation (10.1), c’est-à-dire à estimer la phase φ à partir d’une mesure de h . Cette technique, née en microscopie électronique [GS72a] puis redécouverte en optique [Gon76], a deux limitations majeures : d’une part elle ne fonctionne qu’avec un objet ponctuel, d’autre part la solution obtenue souffre d’une ambiguïté de signe et n’est généralement pas unique (voir par exemple [MBI06]).

Gonsalves [Gon82] a montré qu’en utilisant une deuxième image comportant une variation connue des aberrations par rapport à la première, par exemple une défocalisation, il était possible d’estimer les aberrations même si l’objet était étendu et inconnu. De plus cette deuxième image lève l’indétermination mentionnée plus haut et les aberrations estimées sont uniques, en pratique, pour de faibles aberrations. Cette technique est appelée diversité de phase par analogie avec une technique utilisée en télécommunications sans fil.

La diversité de phase est utilisée dans deux contextes différents : on peut vouloir imager un objet à distance, par exemple en astronomie solaire, ou l’on peut vouloir mesurer les aberrations vues par un instrument, pour les corriger en temps réel ou *a posteriori*. Ces deux problématiques sont liées mais néanmoins distinctes. Dans les deux cas, la base de l’inversion consiste à estimer les aberrations et l’objet qui sont les plus compatibles avec les images mesurées. L’approche classique est une estimation conjointe de l’objet et de la phase [Gon82] éventuellement régularisée en l’objet et en la phase. Bien qu’une telle estimation conjointe ait en général de mauvaises propriétés statistiques, dans le cas de la diversité de phase cette estimation conduit à un estimateur consistant pour les aberrations [IMB05]. Par ailleurs, une approche dite marginale consistant à intégrer l’objet hors du problème pour n’estimer que la phase a été proposée récemment et conduit à une meilleure robustesse au bruit [BMI03].

Le lecteur intéressé pourra trouver dans [MBI06] un historique plus complet et une revue des applications de cet ASO ainsi qu’une étude détaillée des propriétés des deux estimateurs évoqués ci-dessus.

10.4 Restauration myope en imagerie

10.4.1 Motivation et statistique du bruit

En imagerie à travers la turbulence avec un télescope monolithique, le traitement des données à effectuer est essentiellement une déconvolution. néanmoins, l’estimation ou la mesure de la RI est très souvent imparfaite et les meilleurs résultats de déconvolution sont généralement obtenus en prenant en compte explicitement la méconnaissance partielle de la réponse de l’instrument. C’est ce que nous appellerons la déconvolution myope, qui prendra des formes différentes selon que l’on corrige la turbulence *a posteriori* par DECASO (paragraphe 10.4.2) ou en temps réel par OA (paragraphe 10.4.3).

Le terme d’attache aux données le plus utilisé est le critère des moindres carrés ordinaire. Ce critère correspond, dans une interprétation probabiliste, à une hypothèse de bruit blanc gaussien stationnaire (see Chapter 3) :

$$J_y(\mathbf{x}) = \frac{1}{2\sigma_b^2} \|\mathbf{H}\mathbf{x} - \mathbf{y}\|^2 \quad (10.13)$$

où \mathbf{x} est l'objet observé, \mathbf{y} l'image enregistrée, \mathbf{H} l'opérateur d'imagerie et σ_b l'standard deviation du bruit. En imagerie astronomique, cette interprétation est généralement simpliste, sauf pour un objet brillant et étendu ; en effet, le bruit prédominant est généralement un bruit photonique, lequel suit une statistique de Poisson et conduit donc au terme d'attache aux données suivant :

$$J_y(\mathbf{x}) = \sum_{(\ell, m)} (\mathbf{H}\mathbf{x} - \mathbf{y} \log \mathbf{H}\mathbf{x})(\ell, m) \quad (10.14)$$

Ce critère non quadratique peut conduire à des difficultés pratiques de minimisation lorsque l'on utilise des méthodes numériques à base de gradient conjugué. De plus, dans les zones de l'image très sombres, les bruits électroniques liés au capteur deviennent non négligeables devant le bruit de photons et une modélisation fine du bruit doit donc prendre en compte la présence simultanée de bruits de capteur (détecteur CCD typiquement) et de bruit photonique. Ces difficultés spécifiques sont examinées plus en détail au Chapitre 14.

Un bon compromis entre une modélisation fine du bruit et une minimisation efficace est obtenu comme suit. On déduit d'abord une approximation quadratique de (10.14), qui correspond à un bruit purement photonique. Pour une image qui ne serait pas trop sombre (en pratique, une dizaine de photons par pixel suffisent), on peut faire l'approximation $\mathbf{H}\mathbf{x} - \mathbf{y} \ll \mathbf{y}$ et développer (10.14) au second ordre. Le résultat correspond à un bruit blanc gaussien non stationnaire, de variance égale à l'image en chaque point. On obtient ensuite, par simple somme des variances, un critère d'attache aux données modélisant la présence simultanée d'un bruit de détecteur et de bruit photonique [MFC04] :

$$J_y(\mathbf{x}) = \sum_{(\ell, m)} \frac{1}{2(\sigma_{ph}^2(\ell, m) + \sigma_{det}^2)} |(\mathbf{H}\mathbf{x})(\ell, m) - \mathbf{y}(\ell, m)|^2 \quad (10.15)$$

où $\sigma_{ph}^2(\ell, m) = \max\{\mathbf{y}(\ell, m), 0\}$ est un estimateur de la variance du bruit photonique en chaque pixel et σ_{det}^2 la variance du bruit de détecteur, estimée par ailleurs.

10.4.2 Traitement des données en Déconvolution par analyse de front d'onde (DECASO)

10.4.2.1 Traitement simple des images courte pose

Dans ce paragraphe, nous décrivons la déconvolution multiframe non myope, c'est-à-dire en considérant comme vraies les réponses impulsionnelles déduites des mesures de l'ASO. Dans le paragraphe suivant, nous montrerons comment une déconvolution myope, c'est-à-dire un traitement conjoint des données ASO et images, permet d'améliorer l'estimation de l'objet observé.

On dispose d'une série de N_{im} images courte pose d'un objet d'extension inférieure au domaine isoplanétique. L'équation du problème direct discrétisé s'écrit :

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{h}_t \star \mathbf{x} + \mathbf{b}_t = \mathbf{H}_t \mathbf{x} + \mathbf{b}_t, \quad 1 \leq t \leq N_{im} \quad (10.16)$$

où \mathbf{x} et \mathbf{y}_t sont respectivement l'objet et l'image à l'instant t discrétisés et où la RI \mathbf{h}_t est reliée à la phase φ_t dans la pupille au même instant par la relation (10.1). Pour chaque image, on a des mesures de front d'onde associées, en l'occurrence des mesures de pentes s_t du Hartmann-Shack.

Le traitement des données en DECASO est généralement séquentiel : on estime d'abord les phases ϕ_t via (10.12), on en déduit les réponses impulsionnelles h_t via (10.1) et on estime enfin l'objet par déconvolution multitrame. Nous détaillons maintenant ce traitement séquentiel.

Le traitement des images utilisé aux débuts de la technique de DECASO était un simple moindres carrés multitrame [PRF90] ; la solution est alors le filtre inverse multitrames, qui en pratique doit être régularisé par ajout d'une petite constante au dénominateur dans le domaine de Fourier. Une meilleure approche consiste à régulariser explicitement le critère à minimiser. Pour des objets à bords francs comme des satellites artificiels, on utilisera le critère de régularisation $J_x(\mathbf{x}) L_2 L_1$ de l'équation (10.8).

On se place dans le cadre bayésien exposé au Chapter 3 et on estime l'objet au sens du MAP. Deux considérations permettent de simplifier la vraisemblance de l'ensemble des images : d'une part le bruit est indépendant entre images, et d'autre part le délai entre acquisitions successives est généralement plus grand que le temps typique d'évolution de la turbulence. Cette vraisemblance peut alors être réécrite comme le produit des vraisemblances des images individuelles, chacune étant conditionnée uniquement par l'objet et par la phase au même instant. L'estimée de l'objet est donc celle qui minimise

$$J_{\text{MAP}}^x(\mathbf{x}) = \sum_{t=1}^{N_{\text{im}}} J_y(\mathbf{x}; \phi_t, \mathbf{y}_t) + J_x(\mathbf{x}), \quad (10.17)$$

où $J_y(\mathbf{x}; \phi_t, \mathbf{y}_t) = -\log p(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}, \phi_t)$. En pratique, pour les simulations (see section 10.4.2.3) comme pour les données expérimentales (see section 10.4.2.4), le terme d'attache aux données utilisé pour J_y sera le terme des moindres carrés de l'équation (10.13). La minimisation est réalisée numériquement sur les variables objet et la présence des ϕ_t dans le critère J_{MAP}^x ci-dessus rappelle simplement la dépendance du critère en fonction de la phase.

10.4.2.2 Déconvolution myope des images courte pose

Dans le traitement classique des données de DECASO, l'information concernant les fronts d'onde est extraite seulement des données ASO, pas des images. Pourtant, il y a de l'information exploitable sur la RI dans les images courte pose, comme le prouvent les résultats obtenus par certains auteurs [Sch93, TC95] par déconvolution aveugle (c'est-à-dire sans ASO, mais en utilisant les modélisations (10.1) et (10.9)).

Néanmoins, les critères minimisés en déconvolution aveugle ont généralement des minima locaux et la paramétrisation de la RI par la phase n'est pas suffisante pour assurer l'unicité de la solution. C'est pourquoi les données d'ASO ne doivent certainement pas être ignorées, mais utilisées conjointement aux images.

La déconvolution myope consiste à rechercher conjointement l'objet \mathbf{x} et les phases turbulentes ϕ_t les plus probables sachant les images \mathbf{y}_t , les mesures ASO \mathbf{s}_t et les informations *a priori* sur \mathbf{x} et les ϕ_t [MRC+01]. En utilisant la règle de Bayes et les mêmes hypothèses d'indépendance que dans la section 10.4.2.1, on montre que les estimées $(\hat{\mathbf{x}}, \{\hat{\phi}_t\})$ au sens du MAP conjoint sont celles qui minimisent :

$$J_{\text{MAP}}(\mathbf{x}, \{\phi_t\}) = \sum_{t=1}^{N_{\text{im}}} J_y(\mathbf{x}, \phi_t; \mathbf{y}_t) + J_x(\mathbf{x}) + \sum_{t=1}^{N_{\text{im}}} J_s(\phi_t; \mathbf{s}_t) + \sum_{t=1}^{N_{\text{im}}} J_\phi(\phi_t)$$

où :

- les J_y sont les termes de fidélité aux images; $J_y(\mathbf{x}, \phi_t; \mathbf{y}_t)$ est l’anti-log-vraisemblance de la t th image; c’est maintenant une fonction de l’objet *et* des phases;
- $J_x(\mathbf{x})$ est l’*a priori* objet, qui dans ce qui suit sera le modèle L_2L_1 de l’équation (10.8);
- les J_s sont les termes de fidélité aux données d’ASO; sous les hypothèses prises ils sont quadratiques et donnés par l’équation (10.10);
- les J_ϕ sont les termes d’*a priori* sur les phases donnés par l’équation (10.11).

La minimisation du critère est réalisée par une méthode à base de gradients conjugués, en alternant des minimisations sur l’objet \mathbf{x} (pour l’estimée courante des phases) et sur l’ensemble des phases ϕ_t (pour l’estimée courante de l’objet).

Afin d’accélérer la minimisation et également d’éviter, en pratique, les minima locaux souvent présents dans les critères conjoints, on utilise comme objet et phases initiaux les estimées MAP obtenus lors du traitement séquentiel décrit dans la section 10.4.2.1.

10.4.2.3 Simulations

Un ensemble de 100 images a été simulé avec les mesures d’ASO associées. Les 100 fronts d’onde sont obtenus par une méthode modale [Rod90] : chaque phase est décomposée sur une base de polynômes de Zernike (see equation (10.9)), et suit une statistique de Kolmogorov (voir equation (10.3)). La force de la turbulence correspond à un rapport $D/r_0 = 10$. Chacun des fronts d’onde turbulents est utilisé pour calculer une image courte pose de dimension 128×128 , échantillonnée à la fréquence de Shannon en utilisant les equations (10.1) et (10.16). Le bruit ajouté sur les images est blanc gaussien stationnaire de variance égale au flux moyen que l’on souhaite simuler, soit $10^4/128^2 = 0.61$ photon/pixel. La Figure 10.4 montre l’objet, qui est un modèle numérique du satellite SPOT et l’une des 100 images simulées. La RI correspondante est l’image de gauche de la Figure 10.2. L’ASO simulé est un Hartmann-Shack comportant 20×20 sous-pupilles, sans occultation centrale. Un bruit blanc gaussien est ajouté sur les pentes locales du front d’onde, de manière à ce que le SNR des pentes mesurées, défini comme la variance des pentes sur la variance du bruit, vaille 1.

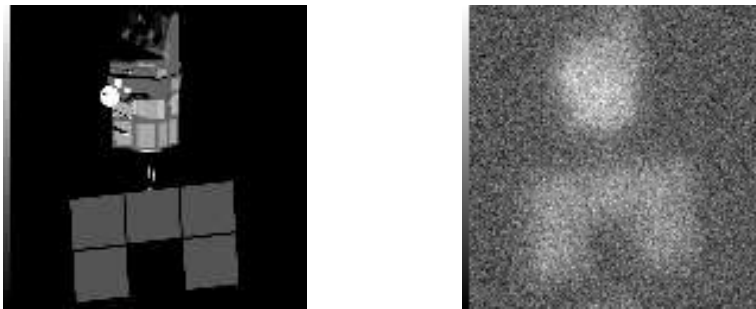


FIG. 10.4 – Objet original (satellite SPOT, à gauche) et l’une des 100 images courte pose ($D/r_0 = 10$, à droite)

La Figure 10.5 permet de comparer les résultats des estimations séquentielle et myope, pour le même *a priori* L_2L_1 sur objet (equation (10.8)) associé à une contrainte

de positivité ⁵. A gauche, la restauration non myope consiste en l'estimation MAP des fronts d'onde suivie par une restauration à réponses impulsionnelles déduites des fronts d'ondes estimés et donne un MSE à l'objet vrai de 0.45 photon (par pixel). A droite, l'estimation conjointe donne un MSE de 0.39 photon. De plus, l'estimation myope



FIG. 10.5 – Objet restauré par estimation non myope (à gauche) et myope (à droite). Dans les deux cas, un *a priori* L_2L_1 et une contrainte de positivité objet sont utilisées. Les MSE à l'objet vrai sont de 0.45 et 0.39 photon respectivement

permet également d'améliorer la qualité des fronts d'onde reconstruits [MRC⁺01].

10.4.2.4 Résultats expérimentaux

Les traitements décrits ci-dessus ont été appliqués à une dizaine d'images expérimentales de l'étoile double Capella enregistrées le 8 novembre 1990 avec le banc de l'ONERA appelé DECASO (pour déconvolution par ASO) installé sur le télescope William Herschel (La Palma, îles Canaries) de 4.20 m de diamètre. Les conditions expérimentales étaient les suivantes : un flux de 67 500 photons par image, un temps de pose de 5 ms, un D/r_0 de 13 et un SNR sur l'ASO de 5. L'ASO est un Hartmann-Shack de 29×29 sous-pupilles, dont 560 sont utiles.

La Figure 10.6, extraite de [MRC⁺01], montre les résultats de la déconvolution. A gauche, le traitement séquentiel consiste en l'estimation des fronts d'onde par MAP puis une restauration d'images quadratique ; le caractère binaire de Capella est visible, mais reste noyé dans de fortes fluctuations. A droite, la déconvolution myope permet d'éliminer quasiment tous les artefacts des déconvolutions non myopes. Dans les deux cas, la même régularisation objet quadratique sous contrainte de positivité est utilisée, avec une PSD constante de valeur déduite du flux mesuré.

10.4.3 Restauration d'images corrigées par optique adaptative

10.4.3.1 Déconvolution myope des images corrigées par optique adaptative

Les images longue pose corrigées par OA doivent être déconvoluées, car la correction est partielle [Con94]. Si l'on considère la RI connue, l'objet estimé au sens du MAP, noté \hat{x}_{MAP} , est celui qui maximise $p(x | y; h)$, donc minimise $J_y(x; h, y) + J_x(x)$. La méthode la plus courante pour estimer la RI est d'enregistrer l'image d'une étoile juste avant ou juste après l'image de l'objet d'intérêt. Cette image d'étoile peut

⁵ Merci à Clélia Robert pour le traitement des données de DECASO.



FIG. 10.6 – Images expérimentales de Capella déconvoluées : à gauche, estimation des fronts d’ondes par MAP puis déconvolution quadratique ; à droite, déconvolution myope. Dans les deux cas, l’*a priori* utilisé est gaussien, de PSD constante déduite du flux mesuré, avec une contrainte de positivité

être sensiblement différente de la RI correspondant à l’image d’intérêt, pour de nombreuses raisons : tout d’abord, la turbulence évolue dans le temps [CFM⁺98] ; ensuite, la réponse du système d’OA peut être différente en passant d’un objet étendu à un objet ponctuel, même si l’étoile est de même magnitude que l’objet ; en effet, l’erreur d’analyse de front d’onde augmente avec l’étendue de l’objet. Enfin, l’image de l’étoile est elle-même bruitée. Une méthode a été proposée et validée pour estimer la partie turbulente de la fonction de transfert longue pose corrigée par OA à partir des mesures de front d’onde résiduel de la boucle de contrôle [Ver97, VRMR97]. Néanmoins, outre le fait que les aberrations statiques ou lentement variables du télescope peuvent être mal connues, la précision de cette estimation de la fonction de transfert est limitée par le bruit sur l’ASO. On est donc souvent amené à considérer que la RI est mal connue.

De nombreux auteurs se sont attaqués au problème de déconvolution d’image dégradée par la turbulence avec RI inconnue. Ayers et Dainty [AD88] ont utilisé un algorithme de type Gerchberg-Saxton-Papoulis [GS72b] et rencontré les problèmes de convergence de ce genre d’algorithme. D’autres ont utilisé des méthodes de type maximum de vraisemblance, avec un algorithme EM [Hol92] ou par minimisation d’un critère explicite [JC93, Lan92, Lan96, TC95]. Ils ont généralement reconnu la nécessité d’une régularisation autre que la seule positivité (de l’objet et de la RI) et ont en particulier introduit, par un *a priori ad hoc*, une contrainte (légitime) de bande limitée sur la RI [Hol92, JC93].

Le cadre bayésien permet d’effectuer cette estimation conjointe (dite myope) de l’objet et de la RI avec une régularisation naturelle pour la RI et sans avoir à régler d’hyper-paramètre supplémentaire. L’estimateur MAP conjoint est donné par :

$$\begin{aligned} (\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{h}}) &= \arg \max_{\mathbf{x}, \mathbf{h}} p(\mathbf{x}, \mathbf{h} | \mathbf{y}) = \arg \max_{\mathbf{x}, \mathbf{h}} p(\mathbf{y} | \mathbf{x}, \mathbf{h}) \times p(\mathbf{x}) \times p(\mathbf{h}) \\ &= \arg \min_{\mathbf{x}, \mathbf{h}} (J_y(\mathbf{x}, \mathbf{h}; \mathbf{y}) + J_x(\mathbf{x}) + J_h(\mathbf{h})) \end{aligned}$$

La RI longue pose peut être considérée comme la somme d’un grand nombre de réponses courte pose indépendantes, et donc modélisée par un *a priori* gaussien (tronqué aux valeurs positives). On considère de plus que la différence entre la RI et la RI moyenne est approximativement stationnaire ; la régularisation de la RI est alors une pénalisation quadratique de la fonction de transfert, indépendante entre fré-

quences [CMF⁺98, FVCM99, MFC04] :

$$J_h(\mathbf{h}) = \frac{1}{2} \sum_f |\widehat{\mathbf{h}}(\mathbf{u}) - \widehat{\mathbf{h}}_m(\mathbf{u})|^2 / S_h(\mathbf{u})$$

où $\widehat{\mathbf{h}}_m = E(\widehat{\mathbf{h}})$ est la fonction de transfert moyenne et $S_h = E(|\widehat{\mathbf{h}}(\mathbf{u}) - \widehat{\mathbf{h}}_m(\mathbf{u})|^2)$ la densité spectrale d'énergie (ESD) de la RI. On peut noter que S_h est nulle au-delà de la fréquence de coupure du télescope et que cette régularisation impose donc en particulier que \mathbf{h} respecte la contrainte de bande limitée.

En pratique, la fonction de transfert moyenne et la ESD de la RI sont estimées en remplaçant les espérances de leur définition par des moyennes empiriques sur différentes images de l'étoile acquise avant ou après l'objet d'intérêt. Si l'on ne dispose que d'une seule image d'étoile, on peut remplacer l'espérance par une moyenne circulaire dans le domaine de Fourier du fait de l'isotropie des quantités à estimer.

Afin de pouvoir restaurer des objets à grande dynamique, fréquents en astronomie, le terme d'attache aux données J_y doit incorporer une modélisation fine du bruit telle que le mélange de bruits photonique et électronique de l'équation (10.15), plutôt qu'un simple moindres carrés. Le critère de régularisation J_x utilisé ici sera le modèle L_2L_1 de l'équation (10.8), bien adapté pour les objets à bords francs comme planètes et astéroïdes.

La méthode de restauration dénommée MISTRAL [MFC04] combine l'estimation myope de l'objet et de la RI décrite plus haut ainsi que le terme d'attache aux données blanc inhomogène et la régularisation L_2L_1 mentionnés à l'instant. Cette méthode a été utilisée pour obtenir les résultats de déconvolution présentés ci-après. La minimisation du critère est effectuée par gradient conjugué, de manière conjointe sur les variables objet et RI. Une contrainte de positivité est ajoutée sur \mathbf{x} comme sur \mathbf{h} .

10.4.3.2 Résultats expérimentaux

L'image de la Figure 10.7a montre une longue pose corrigée par OA de Ganymède, satellite de Jupiter. Cette image a été enregistrée le 28/09/1997 sur le banc d'OA de l'ONERA installé sur le télescope de 1.52 m de l'Observatoire de Haute-Provence. Ce banc a une bande passante de 80 Hz ; il comprend un analyseur de front d'onde de type Hartmann-Shack comportant 9×9 sous-pupilles (dont 64 sont actives) et un miroir déformable à 10×10 actionneurs piézo-électriques, dont 88 sont actifs. La longueur d'onde d'imagerie est $\lambda = 0.85 \mu\text{m}$ et le temps de pose 100 s. Le flux total estimé est 8.10^7 photons et le rapport D/r_x estimé est 23. Le champ total est de 7.9 arcsec, dont seulement la moitié est montrée ici. La RI moyenne et sa ESD ont été estimées à partir de l'enregistrement de cinquante images d'une étoile brillante située à proximité. Les Figures 10.7b et c montrent les restaurations obtenues par l'algorithme de Richardson-Lucy (maximum de vraisemblance pour un bruit de Poisson), interrompu à 200 et 3 000 itérations respectivement. Dans le premier cas, l'image restaurée est assez floue et présente du "ringing", et dans le second cas, le bruit domine la restauration. L'image Figure 10.8a illustre la déconvolution myope [MFC04] avec *a priori* L_2L_1 ⁶. L'image Figure 10.8b montre une image synthétique large bande obtenue à partir de clichés d'une sonde spatiale NASA/JPL (voir <http://space.jpl.nasa.gov/>) passée à proximité de Ganymède. La comparaison montre que de nombreuses caractéristiques de Ganymède sont correctement restaurées. Une comparaison plus équitable consiste à examiner conjointement la déconvolution myope effectuée par MISTRAL

⁶ Merci à Thierry Fusco pour le traitement des images d'OA.

avec l'image de la Figure 10.8b convoluée par la RI parfaite d'un télescope de 1.52 m, présentée Figure 10.8c.

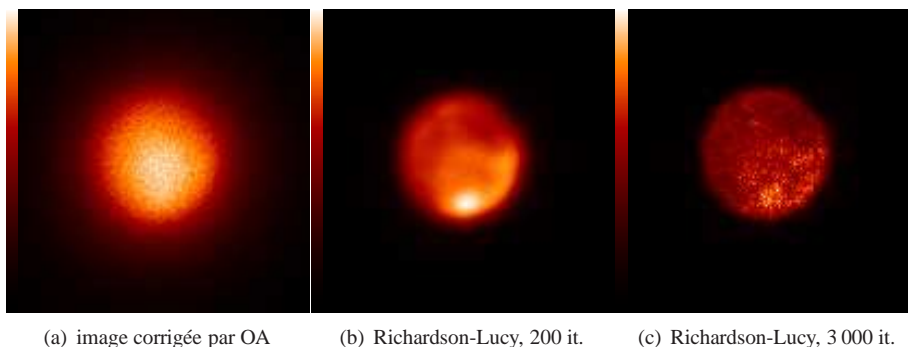


FIG. 10.7 – (a) Observation de Ganymède avec le banc d'OA de l'ONERA, le 28 septembre 1997. (b) Restauration par Richardson-Lucy interrompu à 200 itérations ; (c) idem à 3 000 itérations.

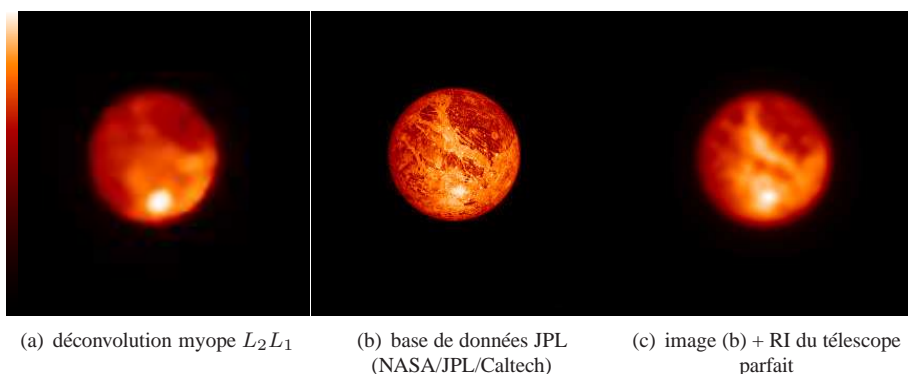


FIG. 10.8 – (a) Déconvolution myope L_2L_1 de l'image de Ganymède de la Figure 10.7. (b) Pour comparaison, une image synthétique large bande obtenue grâce à la base de données NASA/JPL. (c) Même image synthétique convoluée par la RI parfaite d'un télescope de 1.52 m de diamètre.

La Figure 10.9 montre trois images de Neptune enregistrées à une demi-heure d'intervalle le 6 juillet 1998 avec le système d'optique adaptative à courbure de l'*Institute for Astronomy* de l'université d'Hawaii⁷ appelé Hokupa'a ; ce système, opérationnel jusqu'en 2003, comportait trente-six actionneurs et était installé sur le télescope Canada-France-Hawaii (CFH) de 3.6 m. Il a produit les premières images haute résolution infrarouge de Neptune en novembre 1997 et en juillet 1998 [RRG⁺98]. La longueur d'onde d'imagerie est de $1.72 \mu\text{m}$; elle est située dans une bande d'absorption du méthane. Le temps de pose de chaque image est de 10 minutes. Les images restaurées par déconvolution myope avec *a priori* L_2L_1 sont présentées Figure 10.10 [CFM⁺00]. L'image d'une étoile proche de Neptune a également été enregistrée afin d'estimer, par moyenne circulaire dans le domaine de Fourier, la RI moyenne et la ESD de la RI. Du fait qu'à

⁷ Merci à François et Claude Roddier de nous avoir fait l'amitié de nous fournir ces images.

la longueur d'onde d'imagerie l'atmosphère de Neptune soit très sombre, ces images montrent les structures fines des bandes de nuages de la haute atmosphère avec un bon contraste. On note en particulier que les structures fines des bandes nuageuses peuvent être suivies d'une image à l'autre au fur et à mesure que la planète tourne. On peut ainsi étudier, pour la première fois depuis le sol, les détails de l'activité atmosphérique de Neptune.



FIG. 10.9 – Images de Neptune obtenues à 30 minutes d'intervalle le 6 juillet 1998 avec le système d'optique adaptative Hokupa'a sur le télescope Canada-France-Hawaii. La longueur d'onde d'imagerie est de $1.72 \mu\text{m}$ et le temps de pose de chaque image est de 10 minutes.

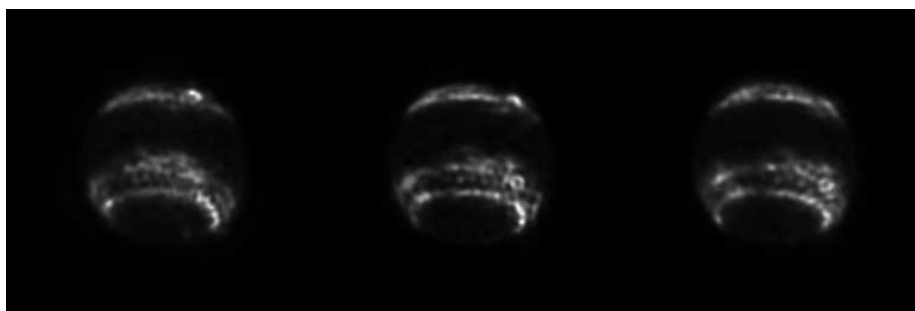


FIG. 10.10 – Images de la Figure 10.9 restaurée par déconvolution myope avec *a priori* L_2L_1 .

10.4.4 Conclusion

La restauration d'images dégradées par la turbulence et correspondant à un modèle d'imagerie convolutif est désormais bien maîtrisée. Les systèmes d'observation actuellement en développement ont des modalités d'acquisition plus complexes, pour lesquels les traitements auront vraisemblablement un grand rôle à jouer. Des exemples représentatifs sont les systèmes à OA grand champ dite multi-conjuguée [CR05], pour laquelle la RI ne pourra pas être considérée invariante spatialement et les systèmes comme SPHERE [DBF⁺06] ou GPI combinant une OA haute performance dite extrême et un coronographe en vue de détecter des exo-planètes. Pour de tels systèmes

l'imagerie est foncièrement non convolutive et des traitements spécifiques doivent être développés. L'OA a également trouvé depuis quelques années une application à l'imagerie de la rétine et plusieurs équipes développent des systèmes opérationnels (voir par exemple [Gla02, GGL⁺04] et les références incluses dans ce dernier article). Dans ce contexte, l'image mesurée et l'objet à restaurer sont tri-dimensionnels [CMLG07].

10.5 Reconstruction d'image en interférométrie / SOO

Cette section est consacrée à la reconstruction d'images à partir de données issues d'un interféromètre corrélateur. La section 10.1.2.2 a présenté le principe des mesures et le type de fonction de transfert associé à ces systèmes. Le modèle d'observation est présenté plus précisément dans le paragraphe 10.5.1, puis les paragraphes 10.5.2 et 10.5.3 décrivent les principales voies actuelles pour la reconstruction d'image, enfin des résultats sur données synthétiques et réelles font l'objet du paragraphe 10.5.4.

10.5.1 Modèle d'observation

Considérons un interféromètre à deux télescopes. On appelle \mathbf{r}_1 et \mathbf{r}_2 les positions des télescopes dans un plan normal à la direction d'observation. A cause de la rotation terrestre, la direction d'observation change au cours du temps, et la base $\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ évolue donc, de même que la fréquence spatiale qui lui correspond :

$$\mathbf{u}_{12}(t) \triangleq (\mathbf{r}_2(t) - \mathbf{r}_1(t)) / \lambda.$$

Lorsqu'on utilise un interféromètre à N_t télescopes *complet*, c'est-à-dire dans lequel on peut former simultanément toutes les bases à 2 télescopes possibles, il y a $N_b = N_t(N_t - 1)/2$ fréquences de mesures données par

$$\mathbf{u}_{kl}(t) = (\mathbf{r}_l(t) - \mathbf{r}_k(t)) / \lambda, \quad 1 \leq k < l \leq N_t$$

ou, en notation matricielle :

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{B}\mathbf{r}(t) / \lambda, \quad (10.18)$$

où l'opérateur de lignes de base \mathbf{B} est de dimensions $N_b \times N_t$.

Chaque base (T_k, T_l) produit des franges d'interférences. La mesure du contraste et de la position de ces franges définit la visibilité complexe $y_{kl}^{\text{data}}(t)$ et renseigne sur le module $a_{kl}(\mathbf{x}, t)$ et la phase $\phi_{kl}(\mathbf{x}, t)$ de la transformée de Fourier (TF) de l'objet \mathbf{x} à la fréquence spatiale \mathbf{u}_{kl} .

Lorsque l'instrument est calibré, en général par l'observation préalable d'un objet non résolu, on peut s'affranchir des gains éventuellement complexes, qui interviennent dans l'équation de mesure (10.7), présentée en section 10.1.2.2. En revanche, les effets de la turbulence qui sont rapidement variables, ne peuvent pas être pré-calibrés. On peut considérer alors que la principale perturbation affectant la mesure de phase *courte pose* est un terme additif $\varphi_l(t) - \varphi_k(t)$ dit de piston différentiel :

$$\phi_{kl}^{\text{data}}(t) = \phi_{kl}(\mathbf{x}, t) + \varphi_l(t) - \varphi_k(t) + \text{bruit } [2\pi] \quad (10.19)$$

Soit, sous forme matricielle, $\phi^{\text{data}}(t) = \phi(\mathbf{x}, t) + \mathbf{B}\varphi(t) + \text{bruit } [2\pi]$.

Comme indiqué en section 10.1.2.2, le piston différentiel résulte des différences de marche aléatoires qu'introduit la turbulence entre les pupilles du système. Pour une grande base (relativement au paramètre de Fried) la différence de marche peut

être très supérieure à la longueur d'onde d'observation et donc se traduire par des déphasages aléatoires très supérieurs à 2π . La perturbation repliée qui intervient dans la phase (10.19) est alors quasi-uniformément distribuée dans $[0, 2\pi]$. En conséquence, le moyennage des phases de visibilité courte pose (10.19) n'améliore pas le rapport signal-à-bruit. Une solution consiste à former des clôtures de phase [Jen58] avant le moyennage. Pour tout triplet de télescopes (T_k, T_l, T_m) les données de phases de visibilité courtes poses sont

$$\begin{cases} \phi_{kl}^{\text{data}}(t) = \phi_{kl}(\mathbf{x}, t) + \varphi_l(t) - \varphi_k(t) + \text{bruit} \\ \phi_{lm}^{\text{data}}(t) = \phi_{lm}(\mathbf{x}, t) + \varphi_m(t) - \varphi_l(t) + \text{bruit} \\ \phi_{mk}^{\text{data}}(t) = \phi_{mk}(\mathbf{x}, t) + \varphi_k(t) - \varphi_m(t) + \text{bruit} \end{cases} \quad (10.20)$$

et les pistons turbulents s'annulent dans la clôture de phase définie par :

$$\begin{aligned} \beta_{klm}^{\text{data}}(t) &\triangleq \phi_{kl}^{\text{data}}(t) + \phi_{lm}^{\text{data}}(t) + \phi_{mk}^{\text{data}}(t) + \text{bruit} \\ &= \phi_{kl}(\mathbf{x}, t) - \phi_{lm}(\mathbf{x}, t) + \phi_{mk}(\mathbf{x}, t) + \text{bruit} \\ &\triangleq \beta_{klm}(\mathbf{x}, t) + \text{bruit} \end{aligned} \quad (10.21)$$

Pour former ce type d'expression il est nécessaire de mesurer simultanément 3 phases de visibilité, donc d'utiliser un réseau de 3 télescopes ou plus. Pour un réseau à N_t télescopes complet l'ensemble des clôtures que l'on peut former est engendré par exemple par les $\beta_{1kl}^{\text{data}}(t)$, $1 < k < l \leq N_t$, *i.e.* les clôtures mesurées sur les triangles de télescopes comprenant le T_1 . Il est facile de voir que ces clôtures indépendantes sont au nombre de $(N_t - 1)(N_t - 2)/2$. Dans la suite, on note β^{data} le vecteur qui regroupe ces clôtures indépendantes et on définit un opérateur de clôture \mathbf{C} tel que

$$\beta^{\text{data}} \triangleq \mathbf{C}\phi^{\text{data}} = \mathbf{C}\phi(\mathbf{x}, t).$$

La seconde égalité est une version matricielle de (10.21) : l'opérateur de clôture annule les pistons différentiels, une propriété qu'on peut écrire $\mathbf{C}\mathbf{B} = \mathbf{0}$. On peut montrer que cette équation implique que l'opérateur de clôture a un noyau de dimension $N_t - 1$, donné par

$$\text{Ker } \mathbf{C} = \{\bar{\mathbf{B}}\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\alpha} \in \mathbb{R}^{N_t-1}\}. \quad (10.22)$$

où $\bar{\mathbf{B}}$ s'obtient en enlevant la première colonne de \mathbf{B} . La mesure des clôtures de phase ne permet donc pas de mesurer toute l'information de phase. On peut aussi obtenir ce résultat en faisant le décompte des inconnues en phase, soit $N_t(N_t - 1)/2$ phases de visibilité objet moins le nombre de clôtures indépendantes, soit $(N_t)(N_t - 1)/2$, ce qui donne $N_t - 1$ données de phase manquantes. Autrement dit, l'interférométrie optique à travers la turbulence relève de la synthèse de Fourier *avec une information de phase partielle*. Notons que plus le réseau comprend de pupilles plus la proportion de l'information de phase manquante est faible.

Nous sommes maintenant en mesure de définir les observables longue pose d'un interféromètre corrélateur :

- amplitudes carrées moyennes $s^{\text{data}}(t) = \left\langle [\mathbf{a}^{\text{data}}(t + \tau)]^2 \right\rangle_{\tau}$, de préférence aux modules moyens car présentant un biais aisément calculable, qui peut être soustrait aux mesures
- bispectres $V_{1kl}^{\text{data}}(t)$, $i < j$, définis par

$$V_{1kl}^{\text{data}}(t) = \left\langle y_{1k}^{\text{data}}(t + \tau)y_{kl}^{\text{data}}(t + \tau)y_{l1}^{\text{data}}(t + \tau) \right\rangle_{\tau}.$$

Le module du bispectre est redondant avec les amplitudes carrées et n'est donc pas utilisé pour la reconstruction d'image. Les phases de bispectres $\beta_{1kl}^{\text{data}}(t)$, $i < j$ constituent des estimateurs non biaisés des clôtures de phase longue pose.

La variable τ exprime le moyennage dans un intervalle de temps autour de l'instant t , intervalle qui doit être suffisamment court pour qu'on puisse considérer la fréquence spatiale constante durant l'intégration malgré la rotation terrestre. Par ailleurs la durée de l'intégration détermine les écart-types des bruits résiduels qui affectent les mesures.

Le modèle de l'observation longue pose est finalement :

$$\begin{cases} \mathbf{s}^{\text{data}}(t) = \mathbf{a}^2(\mathbf{x}, t) + \mathbf{s}^{\text{noise}}(t), & \mathbf{s}^{\text{noise}}(t) \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{R}_{\mathbf{s}(t)}) \\ \boldsymbol{\beta}^{\text{data}}(t) = \mathbf{C}\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x}, t) + \boldsymbol{\beta}^{\text{noise}}(t), & \boldsymbol{\beta}^{\text{noise}}(t) \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{R}_{\boldsymbol{\beta}(t)}) \end{cases} \quad (10.23)$$

Les matrices $\mathbf{R}_{\mathbf{s}(t)}$ et $\mathbf{R}_{\boldsymbol{\beta}(t)}$ sont en général supposées diagonales. En termes de connaissance a priori, l'objet recherché est positif et sa fréquence nulle, c'est-à-dire la moyenne ou le flux total, n'est pas observée en interférométrie : on travaille en général sous une contrainte de flux unitaire. Les contraintes sur l'objet sont donc

$$\begin{aligned} \sum_{k,l} x(k, l) &= 1 \\ \forall(k, l), x(k, l) &\geq 0 \end{aligned} \quad (10.24)$$

10.5.2 Approche bayésienne classique

Elle consiste d'abord à former l'anti-log-vraisemblance des données selon le modèle (10.23)

$$J^{\text{data}}(\mathbf{x}) = \sum_t J^{\text{data}}(\mathbf{x}, t) = \sum_t \chi_{\mathbf{s}(t)}^2(\mathbf{x}) + \chi_{\boldsymbol{\beta}(t)}^2(\mathbf{x}) \quad (10.25)$$

avec la notation $\chi_{\mathbf{m}(t)}^2(\mathbf{x}) \triangleq (\mathbf{m}^{\text{data}}(t) - \mathbf{m}(\mathbf{x}, t))^T \mathbf{R}_{\mathbf{m}(t)}^{-1} (\mathbf{m}^{\text{data}}(t) - \mathbf{m}(\mathbf{x}, t))$, puis à associer J^{data} à un terme de régularisation tel que ceux présentés section 10.2. Le problème consiste alors à minimiser le critère composite

$$J(\mathbf{x}) = J^{\text{data}}(\mathbf{x}) + J_x(\mathbf{x}) \quad (10.26)$$

obtenu, en général sous une contrainte de positivité de \mathbf{x} . Parmi les références qui adoptent cette approche pour le traitement de données interférométriques optiques, citons [TGF03].

Ces travaux reposent sur l'utilisation de méthodes de descente locale. Malheureusement, le critère J est non convexe. Pour être plus précis, la difficulté du problème peut être résumée par les 3 points suivants :

1. le faible nombre de coefficients de Fourier rend le problème indéterminé : le terme de régularisation peut permettre de pallier cette indétermination, par exemple en limitant les hautes fréquences de l'objet reconstruit [Lan98] ;
2. la turbulence implique une indétermination en phase. Ce type d'indétermination rend le problème de synthèse de Fourier non convexe que l'ajout d'un terme de régularisation ne permet pas, en général, de corriger ;
3. enfin, le fait de disposer de mesures en module et phase affectées d'un bruit gaussien conduit à une vraisemblance non gaussienne en \mathbf{x} et à une log-vraisemblance

non convexe. Ce point, connu depuis longtemps dans le domaine du radar n'a été identifié que très récemment en interférométrie optique [MMLB05b]. Autrement dit, même si l'on disposait de toutes les mesures de phase de visibilité complexe et non seulement des clôtures, le terme d'attache aux données resterait non convexe.

Ces caractéristiques impliquent que l'optimisation de J par un algorithme de descente locale ne peut fonctionner que si l'initialisation permet de se trouver dans "la bonne" vallée du critère. Le recours à un algorithme d'optimisation global n'a, à notre connaissance, jamais été proposé en interférométrie optique ; il s'agit sans doute d'une voie à explorer dans la mesure où le nombre de variables reste raisonnable, en particulier en comparaison des cartes de très grandes dimensions qui sont reconstruites en interférométrie radio.

10.5.3 Modélisation myope

Une autre approche consiste à poser le problème en termes de données manquantes. Il s'agit des données en phases qui sont éliminées par l'utilisation d'un opérateur de clôture, *i.e.* des éléments du noyau de C (10.22). L'approche *myope* consiste alors à chercher conjointement l'objet \mathbf{x} et les données de phases manquantes α . Cette technique est appelée *self-calibration* en radio-interférométrie [CW81], domaine dans laquelle elle a permis de reconstruire des images fiables dans des situations d'indétermination partielle en phase. Les premières approches myopes proposées en interférométrie optique s'inspirent fortement de ces travaux [Lan98]. Des travaux récents indiquent que ces transpositions reposaient sur une simplification trop importante du processus de mesure propre à l'interférométrie optique. La section qui suit présente brièvement une démarche myope précise appliquée à l'interférométrie optique.

La construction d'un modèle myope part d'une solution inverse généralisée à l'équation de clôture de phase de (10.23), utilisant l'opérateur

$$C^\dagger \triangleq C^T [CC^T]^{-1}.$$

En appliquant C^\dagger à gauche sur (10.23) et (10.22) on a

$$\exists \alpha(t) \mid C^\dagger \beta^{\text{data}}(t) = \phi(\mathbf{x}, t) + \bar{B}\alpha(t) + C^\dagger \beta^{\text{noise}}(t).$$

On est alors tenté de définir une pseudo-équation de mesure de phase de visibilité en identifiant le dernier terme de l'équation précédente avec un pseudo-bruit de mesure :

$$\phi^{\text{data}}(t) = \underbrace{\phi(\mathbf{x}, t) + B\alpha(t)}_{\phi(\mathbf{x}, \alpha(t), t)} + \phi^{\text{noise}}(t). \quad (10.27)$$

Cette approche est similaire à celle présentée dans la référence [Lan01]. Malheureusement, la matrice C^\dagger étant singulière, cette identification n'est pas rigoureusement possible et l'on est conduit à affecter au terme $\phi^{\text{noise}}(t)$ une matrice de covariance R_ϕ ad-hoc, permettant de retrouver approximativement le comportement statistique des clôtures. Ces problématiques d'approximation de covariance sont ignorées dans [Lan01]. Plus récemment la référence [Mei05, MM07] discute des choix possibles de R_ϕ et propose d'utiliser la matrice diagonale suivante

$$R_\phi = 3 \text{Diag} \{C^\dagger R_\beta C^{\dagger, T}\}$$

où l'expression $\text{Diag}\{M\}$ désigne la matrice diagonale formée avec la diagonale de M .

Un travail d'approximation de la covariance des mesures d'amplitude (10.23), cf. [Mei05, MM07], permet d'obtenir un modèle de mesure myope, *i.e.* dépendant des inconnues \mathbf{x} et $\boldsymbol{\alpha}$:

$$\begin{cases} \mathbf{a}^{\text{data}}(t) = \mathbf{a}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{a}^{\text{noise}}(t), & \mathbf{a}^{\text{noise}}(t) \sim \mathcal{N}(\bar{\mathbf{a}}(t), \mathbf{R}_{\mathbf{a}(t)}) \\ \phi^{\text{data}}(t) = \phi(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(t), t) + \phi^{\text{noise}}(t), & \phi^{\text{noise}}(t) \sim \mathcal{N}(\bar{\phi}(t), \mathbf{R}_{\phi(t)}) \end{cases} \quad (10.28)$$

Nous avons maintenant une modélisation explicite de l'indétermination en phase relevée en section 10.5.2. A ce stade il est possible d'envisager par exemple d'utiliser des algorithmes de descente alternée qui optimisent un critère régularisé provenant de (10.28) successivement suivant \mathbf{x} et $\boldsymbol{\alpha}$. Reste cependant que ce modèle étant donné en module et phase il conduit toujours à un terme d'attache aux données non convexe en \mathbf{x} , à $\boldsymbol{\alpha}$ fixé. Dans la suite nous présentons rapidement une approximation convexe de ce modèle.

Formons à partir des pseudo-mesures $\mathbf{a}^{\text{data}}(t)$ et $\phi^{\text{data}}(t)$, des pseudo visibilité complexes

$$\mathbf{y}^{\text{data}}(t) \triangleq \mathbf{a}^{\text{data}}(t) e^{j\phi^{\text{data}}(t)}.$$

Le modèle de données est alors

$$\mathbf{y}^{\text{data}}(t) = [\mathbf{a}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{a}^{\text{noise}}(t)] e^{j[\phi(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(t), t) + \phi^{\text{noise}}(t)]}.$$

le bruit sur ces mesures, bien que gaussien additif en module et phase séparément n'est pas un bruit additif gaussien complexe. Dans la référence [MMLB05a], les auteurs montrent comment approximer au mieux cette distribution par un bruit gaussien additif $\mathbf{y}^{\text{noise}}(t)$.

$$\mathbf{y}^{\text{data}}(t) = \mathbf{y}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(t), t) + \mathbf{y}^{\text{noise}}(t) \quad (10.29)$$

avec

$$\mathbf{y}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(t), t) \triangleq \mathbf{a}(\mathbf{x}, t) e^{j\phi(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(t), t)} \quad (10.30)$$

Dans le cas général, cette approximation conduit à un terme d'adéquation aux données J^{pseudo} quadratique en les parties réelle et imaginaire des résidus $y_{kl}^{\text{data}}(t) - y_{kl}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(t), t)$. En associant ce terme à un terme de régularisation convexe, on obtient un critère composite convexe en \mathbf{x} à $\boldsymbol{\alpha}$ fixé. L'algorithme WISARD [MM07] met en œuvre une technique de minimisation alternée en \mathbf{x} et $\boldsymbol{\alpha}$ appliquée à ce critère.

10.5.4 Résultats

Cette section présente des résultats de traitement par l'algorithme WISARD [MM07] fondé sur l'approche myope décrite en 10.5.3.

10.5.4.1 Traitement de données de synthèse

Le premier exemple utilise des données interférométriques de synthèse qui ont fait l'objet d'un concours international de reconstruction d'images organisé par P. Lawson pour l'IAU [LCH⁺04]. Ces données simulent l'observation de l'objet de synthèse présenté en figure 10.11 avec l'interféromètre à 6 télescopes NPOI [NPO]. La couverture fréquentielle correspondante, présentée en figure 10.11, a une structure en arcs de

cercles typique de la technique de *super-synthèse*, qui consiste à répéter les mesures sur plusieurs nuits d'observation de sorte que les mêmes bases accèdent à des fréquences spatiales de mesure différentes du fait de la rotation terrestre. Au total, on dispose de 195 modules carrés de visibilité et de 130 clôtures de phases, ainsi que des variances associées.

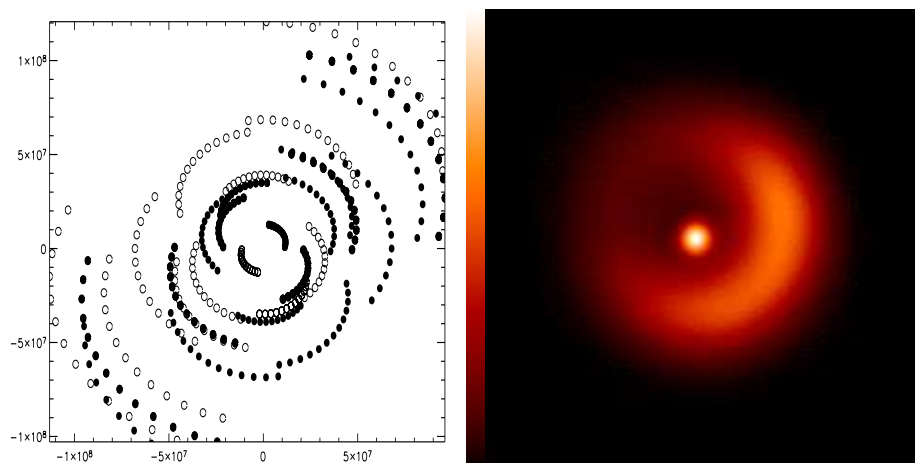


FIG. 10.11 – Objet de synthèse (droite) et couverture fréquentielle (gauche) du concours de reconstruction d'images 2004

Trois reconstructions obtenues avec WISARD sont présentées en figure 10.12. À gauche une reconstruction utilisant une régularisation quadratique fondée sur un modèle de DSP en $1/|u|^3$ pour un paramètre de régularisation faible, au centre avec un paramètre correct. Cette dernière présente un niveau de lissage satisfaisant mais ne permet pas de restaurer le pic au centre de l'objet. Le pic est visible dans la reconstruction sous-régularisée présentée à gauche mais c'est au prix d'une variance résiduelle trop importante.

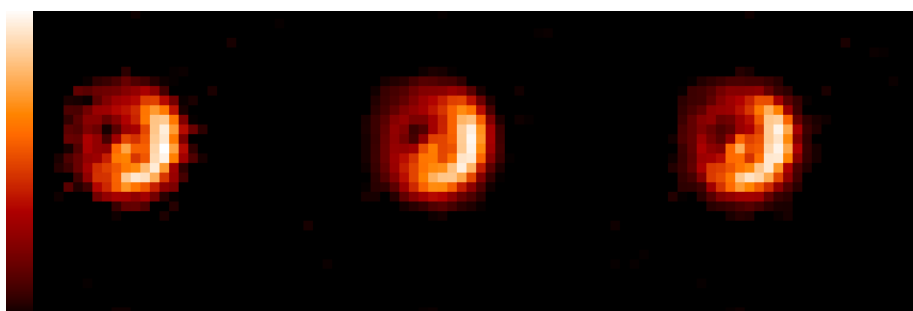


FIG. 10.12 – Reconstructions avec WISARD. Gauche : modèle quadratique sous-régularisé, centre : modèle quadratique avec paramètre de régularisation correct. Droite : modèle L_2L_1 blanc de l'Équ. 10.8.

La reconstruction présentée à droite est un bon compromis entre lissage et restau-

ration du pic central grâce à l'utilisation du terme a priori L_2L_1 blanc, introduit en section 10.2. On peut juger de la qualité de l'adéquation aux données de la reconstruction L_2L_1 sur la figure 10.13. Les croix rouges présentent les modules des visibilités reconstruites (*i.e.* de la TF de l'objet reconstruit aux fréquences de mesure) et les carrés bleus les modules des visibilités mesurées. La différence des deux, pondérée par 10 fois l'écart-type des modules, est présentée en trait pointillé. La valeur moyenne de cette différence est de 0.1 ce qui indique que l'adéquation est correcte.

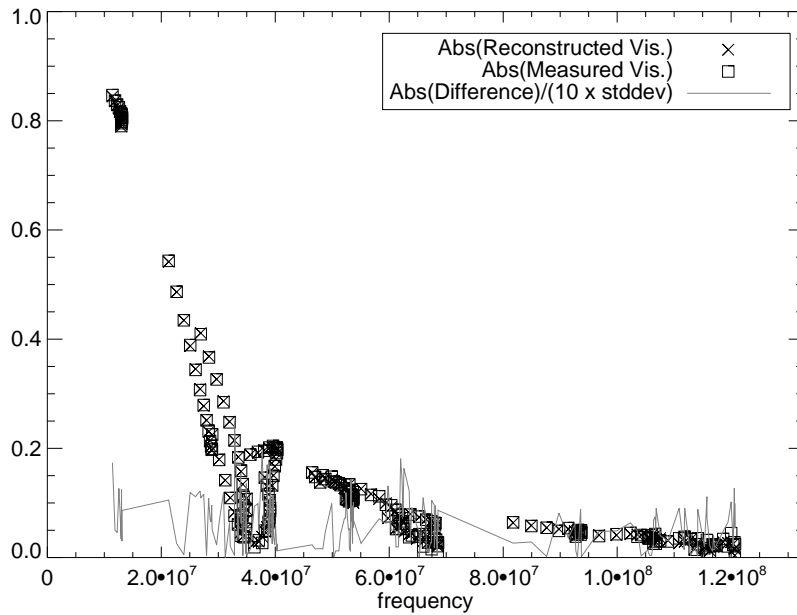


FIG. 10.13 – Adéquation aux données à convergence de WISARD.

10.5.4.2 Traitement de données expérimentales

Nous présentons ici la reconstruction par l'algorithme WISARD [MM07] de l'étoile χ du Cygne à partir de données expérimentales. Ces dernières ont été obtenues par S. Lacour et S. Meimon, sous la direction de G. Perrin, lors d'une campagne de mesure sur l'interféromètre IOTA [IOT] en mai 2005. Comme nous l'avons mentionné, chaque mesure doit être calibrée par l'observation d'une source réputée ponctuelle à la résolution de l'instrument. Les calibrateurs choisis sont HD 180450 et HD 176670.

L'étoile χ du Cygne est une étoile de type Mira, dont l'étoile Mira est elle-même un exemple. Perrin *et al.* [PRM⁺04] proposent une modélisation laminaire des étoiles Mira, constituée d'une photosphère, d'une couche de vide, et d'une fine couche moléculaire. Le but de la mission était l'imagerie en bande H (1,65 microns $\pm 175nm$) de χ du Cygne, et en particulier la mise en évidence d'éventuelles dissymétries dans la structure de la couche moléculaire.

La figure 10.14 présente, à gauche, la couverture $u - v$ obtenue, c'est-à-dire l'ensemble des fréquences spatiales mesurées, multipliées par la longueur d'onde d'observation. Parce que l'on représente habituellement le ciel avec l'Ouest à droite, les

coordonnées utilisées sont en fait $-u, v$. Le domaine du plan $u - v$ accessible est contraint par la géométrie de l'interféromètre et par la position de l'étoile dans le ciel. La forme en "sablier" est caractéristique de l'interféromètre IOTA, et entraîne une résolution non uniforme qui affecte la reconstruction d'image, présentée à droite. Le champ angulaire reconstruit est de 30 millisecondes d'angle de côté. En plus de la contrainte de positivité, le terme de régularisation utilisé est une contrainte de support, décrit en section 10.2, opérant un lissage dans le domaine fréquentiel pour compenser cette non uniformité du contenu fréquentiel des mesures. Le lecteur intéressé trouvera dans [Lac07] une interprétation astrophysique de ce résultat.

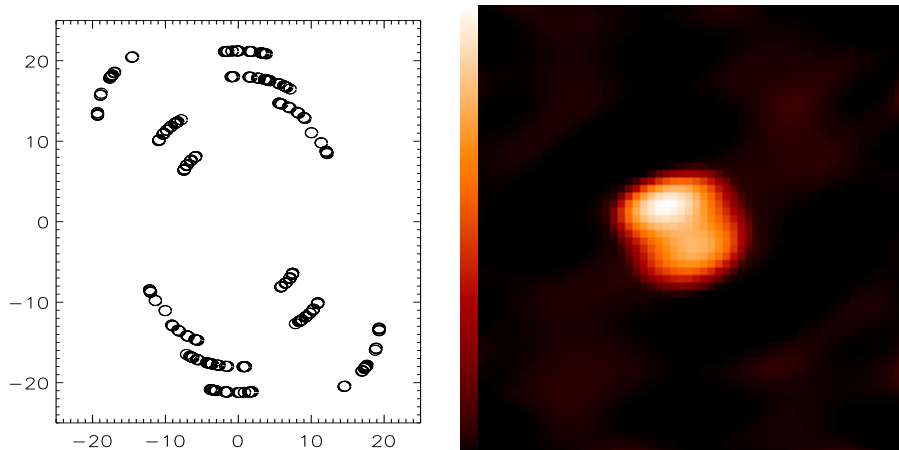


FIG. 10.14 – Couverture fréquentielle (à gauche) et reconstruction de l'étoile χ du Cygne (à droite).

Bibliographie

- [AD88] G. R. Ayers and J. C. Dainty. Iterative blind deconvolution and its applications. *Opt. Lett.*, 13 :547–549, 1988.
- [BBB⁺96] J. E. Baldwin, M. G. Beckett, R. C. Boysen, D. Burns, D. F. Buscher, G. C. Cox, C. A. Haniff, C. D. Mackay, N. S. Nightingale, J. Rogers, P. A. G. Scheuer, T. R. Scott, P. G. Tuthill, P. J. Warner, D. M. A. Wilson, and R. W. Wilson. The first images from an optical aperture synthesis array : mapping of capella with COAST at two epochs. *Advances in Applied Probability*, 306 :L13+, fév. 1996.
- [BHE⁺97] J. A. Benson, D. J. Hutter, N. M. Elias, II, P. F. Bowers, K. J. Johnston, A. R. Hajian, J. T. Armstrong, D. Mozurkewich, T. A. Pauls, L. J. Rickard, C. A. Hummel, N. M. White, D. Black, and C. S. Denison. Multichannel optical aperture synthesis imaging of zeta1 ursae majoris with the navy prototype optical interferometer. *Astron. J.*, 114 :1221–1226, sep. 1997.
- [BHK⁺03] J.-P. Berger, P. Haguenaue, P. Y. Kern, K. Rousset-Perraut, F. Malbet, S. Gluck, L. Lagny, I. Schanen-Duport, E. Laurent, A. Delboulbe, E. Tatulli, W. A. Traub, N. Carleton, R. Millan-Gabet, J. D. Monnier, E. Pedretti, and S. Ragland. An integrated-optics 3-way beam combiner for iota. In *Interferometry for Optical Astronomy II. Edited by Wesley A. Traub . Proceedings of the SPIE, Volume 4838, pp. 1099-1106 (2003).*, pages 1099–1106, fév. 2003.
- [BHMW86] J. E. Baldwin, C. A. Haniff, Mackay, and P. J. Warner. Closure phase in high-resolution optical imaging. *Nature (London)*, 320 :595–597, avr. 1986.
- [BI96] Stéphane Brette and Jérôme Idier. Optimized single site update algorithms for image deblurring. In *Proceedings of the International Conference on Image Processing*, pages 65–68, Lausanne, Suisse, sep. 1996.
- [BKL⁺94] P. A. Bakut, V. E. Kirakosyants, V. A. Loginov, C. J. Solomon, and J. C. Dainty. Optimal wavefront reconstruction from a Shack-Hartmann sensor by use of a Bayesian algorithm. *Opt. Commun.*, 109 :10–15, juin 1994.
- [BMI03] A. Blanc, L. M. Mugnier, and J. Idier. Marginal estimation of aberrations and image restoration by use of phase diversity. *Journal of the Optical Society of America (A)*, 20(6) :1035–1045, 2003.
- [BW93] M. Born and E. Wolf. *Principles of Optics*. Pergamon Press, Sixth (corrected) edition, 1993.
- [Cas97] F. Cassaing. *Analyse d'un instrument à synthèse d'ouverture optique : méthodes de cophasage et imagerie à haute résolution angulaire*. thèse de doctorat, Université de Paris–Sud, Orsay, déc. 1997.
- [CFM⁺98] J.-M. Conan, T. Fusco, L. M. Mugnier, E. Kersale, and V. Michau. Deconvolution of adaptive optics images with imprecise knowledge of the point spread function: results on astronomical objects. In D. Bonaccini, editor, *Astronomy with adaptive optics: present results and future programs*, number 56 in ESO Conf. and Workshop Proc., pages 121–132, Sonthofen, Allemagne, sep. 1998.

- [CFM⁺00] J.-M. Conan, T. Fusco, L. Mugnier, F. Marchis, C. Roddier, and F. Roddier. Deconvolution of adaptive optics images: from theory to practice. In P. Wizinowich, editor, *Adaptive Optical Systems Technology*, volume 4007, pages 913–924, Munich, Allemagne, 2000. Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng.
- [CMF⁺98] J.-M. Conan, L. M. Mugnier, T. Fusco, V. Michau, and G. Rousset. Myopic deconvolution of adaptive optics images using object and point spread function power spectra. *Appl. Opt.*, 37(21) :4614–4622, juil. 1998.
- [CMLG07] G. Chenegros, L. M. Mugnier, F. Lacombe, and M. Glanc. 3D phase diversity : a myopic deconvolution method for short-exposure images. Application to retinal imaging. *Journal of the Optical Society of America (A)*, 24(5) :1349–1357, mai 2007.
- [Con94] J.-M. Conan. *Etude de la correction partielle en optique adaptative*. thèse de doctorat, Université de Paris–Sud, Orsay, oct. 1994.
- [CR05] J.-M. Conan and G. Rousset, editors. *Multi-Conjugate Adaptive Optics for Very Large Telescopes Dossier*, volume 6 fascicule 10 of *C. R. Physique, Académie des Sciences*. Elsevier, Paris, déc. 2005.
- [CRM95] J.-M. Conan, G. Rousset, and P.-Y. Madec. Wave-front temporal spectra in high-resolution imaging through turbulence. *Journal of the Optical Society of America (A)*, 12(12) :1559–1570, juil. 1995.
- [CW81] T. J. Cornwell and P. N. Wilkinson. A new method for making maps with unstable radio interferometers. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 196 :1067–1086, 1981.
- [DBF⁺06] K. Dohlen, J.-L. Beuzit, M. Feldt, D. Mouillet, P. Puget, J. Antichi, A. Baruffolo, P. Baudoz, A. Berton, A. Boccaletti, M. Carbillet, J. Charton, R. Claudi, M. Downing, C. Fabron, P. Feautrier, E. Fedrigo, T. Fusco, J.-L. Gach, R. Gratton, N. Hubin, M. Kasper, M. Langlois, A. Longmore, C. Moutou, C. Petit, J. Pragt, P. Rabou, G. Rousset, M. Saisse, H.-M. Schmid, E. Stadler, D. Stamm, M. Turatto, R. Waters, and F. Wildi. Sphere : A planet finder instrument for the vlt. In I. S McLean and M. Iye, editors, *Ground-based and Airborne Instrumentation for Astronomy*, volume 6269. Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng., 2006.
- [Fon85] J.-C. Fontanella. Analyse de surface d’onde, déconvolution et optique active. *J. of Optics (Paris)*, 16(6) :257–268, 1985.
- [Fri65] D. L. Fried. Statistics of a geometric representation of wavefront distortion. *Journal of the Optical Society of America*, 55(11) :1427–1435, 1965.
- [FVCM99] T. Fusco, J.-P. Veran, J.-M. Conan, and L. Mugnier. Myopic deconvolution method for adaptive optics images of stellar fields. *Astron. Astrophys. Suppl.*, 134 :1–10, jan. 1999.
- [GGL⁺04] M. Glanc, E. Gendron, F. Lacombe, D. Lafaille, J.-F. Le Gargasson, and P.Léna. Towards wide-field retinal imaging with adaptive optics. *Opt. Commun.*, 230 :225–238, 2004.
- [Gla02] M. Glanc. *Applications Ophtalmologiques de l’Optique Adaptative*. PhD thesis, Univ. Paris XI, 2002.
- [Gon76] R. A. Gonsalves. Phase retrieval from modulus data. *Journal of the Optical Society of America*, 66(9) :961–964, 1976.
- [Gon82] R. A. Gonsalves. Phase retrieval and diversity in adaptive optics. *Optical Engineering*, 21(5) :829–832, 1982.
- [Goo68] J. W. Goodman. *Introduction to Fourier Optics*. McGraw-Hill, New York, 1968.
- [Goo85] Joseph W. Goodman. *Statistical optics*. John Wiley, New York, 1985.
- [GRM⁺06] D. Gratadour, D. Rouan, L. M. Mugnier, T. Fusco, Y. Clénet, E. Gendron, and F. Lacombe. Near-IR AO dissection of the core of NGC 1068 with NaCo. *Astron. Astrophys.*, 446(3) :813–825, fév. 2006.

- [GS72a] R. W. Gerchberg and W. O. Saxton. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures. *Optik*, 35 :237–246, 1972.
- [GS72b] R. W. Gerchberg and W. O. Saxton. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures. *Optik*, 35 :237–246, 1972.
- [HMT⁺87] C. A. Haniff, C. D. Mackay, D. J. Titterington, D. Sivia, and J. E. Baldwin. The first images from optical aperture synthesis. *Nature (London)*, 328 :694–696, août 1987.
- [Hol92] T. J. Holmes. Blind deconvolution of speckle images quantum-limited incoherent imagery : maximum-likelihood approach. *Journal of the Optical Society of America (A)*, 9(7) :1052–1061, 1992.
- [HS04] J. M. Hill and P. Salinari. The large binocular telescope project. In J. M. Oschmann, Jr., editor, *Ground-based Telescopes. Edited by Oschmann, Jacobus M., Jr. Proceedings of the SPIE, Volume 5489, pp. 603-614 (2004).*, volume 5489 of *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference*, pages 603–614, oct. 2004.
- [IMB05] J. Idier, L. Mugnier, and A. Blanc. Statistical behavior of joint least square estimation in the phase diversity context. *Inverse Problems*, 14(12) :2107–2116, déc. 2005.
- [IOT] <http://tdc-www.harvard.edu/iota/>.
- [JC93] S. M. Jefferies and J. C. Christou. Restoration of astronomical images by iterative blind deconvolution. *Astrophys. J.*, 415 :862–874, 1993.
- [Jen58] R. C. Jennison. A phase sensitive interferometer technique for the measurement of the fourier transforms of spatial brightness distribution of small angular extent. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 118 :276–284, 1958.
- [Kec] <http://www.keckobservatory.org/>.
- [KRP⁺06] C. Kulcsár, H.-F. Raynaud, C. Petit, J.-M. Conan, and P. Viaris de Lesegno. Optimal control, observers and integrators in adaptive optics. *Opt. Express*, 14(17) :7464–7476, 2006.
- [KT74] K. T. Knox and B. J. Thompson. Recovery of images from atmospherically degraded short exposure photographs. *Astrophys. J. Lett.*, 193 :L45–L48, 1974.
- [Lab70] A. Labeyrie. Attainment of diffraction-limited resolution in large telescopes by Fourier analysing speckle patterns. *Astronomy and Astrophysics*, 6 :85–87, 1970.
- [Lab75] A. Labeyrie. Interference fringes obtained on VEGA with two optical telescopes. *Astrophys. J. Lett.*, 196 :L71–L75, mars 1975.
- [Lac07] S. Lacour. *Imagerie des étoiles évoluées par interférométrie. Réarrangement de pupille*. PhD thesis, Univ. Paris VI, 2007.
- [Lan92] R. G. Lane. Blind deconvolution of speckle images. *Journal of the Optical Society of America (A)*, 9(9) :1508–1514, 1992.
- [Lan96] R. G. Lane. Methods for maximum-likelihood deconvolution. *Journal of the Optical Society of America (A)*, 13(10) :1992–1998, 1996.
- [Lan98] A. Lannes. Weak-phase imaging in optical interferometry. *Journal of the Optical Society of America (A)*, 15(4) :811–824, avr. 1998.
- [Lan01] A. Lannes. Integer ambiguity resolution in phase closure imaging. *Optical Society of America Journal A*, 18 :1046–1055, mai 2001.
- [Law97] P. R. Lawson, editor. *Long baseline stellar interferometry*, 1997.
- [LCH⁺04] P. R. Lawson, W. D. Cotton, C. A. Hummel, J. D. Monnier, M. Zhao, J. S. Young, H. Thorsteinsson, S. C. Meimon, L. Mugnier, G. Le Besnerais, E. Thiébaud, and P. G. Tuthill. An interferometric imaging beauty contest. In Wesley A. Traub, editor, *New frontiers in stellar interferometry*, volume 5491, pages 886–899. Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng., 2004.

- [LRCK⁺04] B. Le Roux, J.-M. Conan, C. Kulcsár, H.-F. Raynaud, L. M. Mugnier, and T. Fusco. Optimal control law for classical and multiconjugate adaptive optics. *Journal of the Optical Society of America (A)*, 21(7), juil. 2004.
- [Mar89] J.-M. Mariotti. Introduction to Fourier optics and coherence. In D. M. Alloin and J.-M. Mariotti, editors, *Diffraction-limited imaging with very large telescopes*, volume 274 of *NATO ASI Series C*, pages 3–31. Kluwer Academic Publishers, Cargese, 1989.
- [MBI06] L. M. Mugnier, A. Blanc, and J. Idier. Phase diversity : a technique for wave-front sensing and for diffraction-limited imaging. In Peter Hawkes, editor, *Advances in Imaging and Electron Physics*, volume 141, chapter 1, pages 1–76. Elsevier, 2006.
- [Mei05] S. Meimon. *Reconstruction d’images astronomiques en interférométrie optique*. PhD thesis, Université Paris Sud, 2005.
- [Mer88] F. Merkle, editor. *High-resolution imaging by interferometry, part II*, number 29 in ESO Conference and Workshop Proceedings, Garching bei München, Allemagne, juil. 1988.
- [MFC04] L. M. Mugnier, T. Fusco, and J.-M. Conan. MISTRAL : a myopic edge-preserving image restoration method, with application to astronomical adaptive-optics-corrected long-exposure images. *Journal of the Optical Society of America (A)*, 21(10) :1841–1854, oct. 2004.
- [Mic91] A. A. Michelson. Measurement of Jupiter’s satellites by interference. *Nature (London)*, 45 :160–161, déc. 1891.
- [MM07] L. Mugnier and S. Meimon. WISARD software documentation. Technical report, ONERA, 2007. European Interferometry Initiative, Joint Research Action 4, 6th Framework Programme of the EU.
- [MMLB05a] S. Meimon, L. M. Mugnier, and G. Le Besnerais. Reconstruction method for weak-phase optical interferometry. *Opt. Lett.*, 30(14) :1809–1811, juil. 2005.
- [MMLB05b] S. Meimon, L. M. Mugnier, and Guy Le Besnerais. A convex approximation of the likelihood in optical interferometry. *Journal of the Optical Society of America (A)*, nov. 2005.
- [Mon03] J. D. Monnier. Optical interferometry in astronomy. *Reports of Progress in Physics*, 66 :789–857, mai 2003.
- [MP21] A. A. Michelson and F. G. Pease. Measurement of the diameter of alpha Orionis with the interferometer. *Astrophys. J.*, 53 :249–259, mai 1921.
- [MRC⁺01] L. M. Mugnier, C. Robert, J.-M. Conan, V. Michau, and S. Salem. Myopic deconvolution from wavefront sensing. *Journal of the Optical Society of America (A)*, 18 :862–872, avr. 2001.
- [MTBB⁺94] D. Mourard, I. Tallon-Bosc, A. Blazit, D. Bonneau, G. Merlin, F. Morand, F. Vakili, and A. Labeyrie. The GI2T interferometer on Plateau de Calern. *Advances in Applied Probability*, 283 :705–713, mars 1994.
- [Nol76] R. J. Noll. Zernike polynomials and atmospheric turbulence. *Journal of the Optical Society of America*, 66(3) :207–211, 1976.
- [NPO] <http://ftp.nofs.navy.mil/projects/npoi/>.
- [PCK⁺05] C. Petit, J.-M. Conan, C. Kulcsar, H.-F. Raynaud, T. Fusco, J. Montri, and D. Rabaud. Optimal control for multi-conjugate adaptive optics. *C. R. Physique*, 6(10) :1059–1069, 2005.
- [PRF88] J. Primot, G. Rousset, and J.-C. Fontanella. Image deconvolution from wavefront sensing: atmospheric turbulence simulation cell results. In Merkle [Mer88], pages 683–692.

- [PRF90] J. Primot, G. Rousset, and J.-C. Fontanella. Deconvolution from wavefront sensing: a new technique for compensating turbulence-degraded images. *Journal of the Optical Society of America (A)*, 7(9) :1598–1608, 1990.
- [PRM⁺04] G. Perrin, S.T. Ridgway, B. Mennesson, W.D. Cotton, J. Woillez, T. Verhoelst, P. Schuller, V. Coudé du Foresto, W.A. Traub, R. Millan-Galbet, and M.G. Lacasse. Unveiling mira stars behind the molecules. confirmation of the molecular layer model with narrow band near-infrared interferometry. *Astron. Astrophys.*, 426 :279–296, oct. 2004.
- [PWL⁺06] G. Perrin, J. Woillez, O. Lai, J. Guérin, T. Kotani, P. L. Wizinowich, D. Le Mignant, M. Hrynevych, J. Gathright, P. Léna, F. Chaffee, S. Vergnole, L. Delage, F. Reynaud, A. J. Adamson, C. Berthod, B. Brient, C. Collin, J. Crétenet, F. Dauny, C. Deléglise, P. Fédou, T. Goeltzenlichter, O. Guyon, R. Hulin, C. Marlot, M. Marteaud, B.-T. Melse, J. Nishikawa, J.-M. Reess, S. T. Ridgway, F. Rigaut, K. Roth, A. T. Tokunaga, and D. Ziegler. Interferometric coupling of the Keck telescopes with single-mode fibers. *Science*, 311 :194–+, jan. 2006.
- [Rey83] William J.J. Rey. *Introduction to robust and quasi-robust statistical methods*. Springer-Verlag, Berlin, 1983.
- [RFK⁺90] G. Rousset, J.-C. Fontanella, P. Kern, P. Gigan, F. Rigaut, P. Lena, C. Boyer, P. Jagourel, J.-P. Gaffard, and F. Merkle. First diffraction-limited astronomical images with adaptive optics. *Astronomy and Astrophysics*, 230 :29–32, 1990.
- [RGL82] F. Roddier, J. M. Gilli, and G. Lund. On the origin of speckle boiling and its effects in stellar speckle interferometry. *J. of Optics (Paris)*, 13(5) :263–271, 1982.
- [RMCS01] G. Rousset, L. M. Mugnier, F. Cassaing, and B. Sorrente. Imaging with multi-aperture optical telescopes and an application. *C. R. Acad. Sci. Paris, série IV*, tome 2(1) :17–25, jan. 2001.
- [Rod81] F. Roddier. The effects of atmospheric turbulence in optical astronomy. In E. Wolf, editor, *Progress in Optics*, volume XIX, pages 281–376. North Holland, Amsterdam, 1981.
- [Rod88a] F. Roddier. Curvature sensing and compensation: a new concept in adaptive optics. *Appl. Opt.*, 27(7) :1223–1225, avr. 1988.
- [Rod88b] F. Roddier. Passive versus active methods in optical interferometry. In Merkle [Mer88], pages 565–574.
- [Rod90] N. Roddier. Atmospheric wavefront simulation using Zernike polynomials. *Optical Engineering*, 29(10) :1174–1180, 1990.
- [Rod99] F. Roddier, editor. *Adaptive Optics in Astronomy*. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1999.
- [Rou99] G. Rousset. Wave-front sensors. In Roddier [Rod99], chapter 5, pages 91–130.
- [RRG⁺98] F. Roddier, C. Roddier, J. E. Graves, M. J. Northcott, and T. Owen. Neptune cloud structure and activity : Ground based monitoring with adaptive optics. *Icarus*, 136 :168–172, 1998.
- [Sch93] T. J. Schulz. Multiframe blind deconvolution of astronomical images. *Journal of the Optical Society of America (A)*, 10(5) :1064–1073, 1993.
- [SM85] R. J. Sasiela and J. G. Mooney. An optical phase reconstructor based on using a multiplier-accumulator approach. In *Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng.*, volume 551, pages 170–176. Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng., 1985.
- [SP71] R. B. Shack and B. C. Plack. Production and use of a lenticular Hartmann screen (abstract). *Journal of the Optical Society of America*, 61 :656, 1971.
- [TC95] E. Thiebaut and J.-M. Conan. Strict *a priori* constraints for maximum-likelihood blind deconvolution. *Journal of the Optical Society of America (A)*, 12(3) :485–492, 1995.

- [TGF03] E. Thiébaud, P. J. V. Garcia, and R. Foy. Imaging with Amber/VLTI : the case of microjets. *Astrophys. Space. Sci.*, 286 :171–176, 2003.
- [Ver97] J.-P. Veran. *Estimation de la réponse impulsionnelle et restauration d'image en optique adaptative. Application au système d'optique adaptative du Télescope Canada-France-Hawaii*. thèse de doctorat, ENST, Paris, nov. 1997.
- [VRMR97] J.-P. Veran, F. Rigaut, H. Maitre, and Daniel Rouan. Estimation of the adaptive optics long exposure point spread function using control loop data. *Journal of the Optical Society of America (A)*, 14(11) :3057–3069, 1997.
- [Wal83] E. P. Wallner. Optimal wave-front correction using slope measurements. *Journal of the Optical Society of America (A)*, 73(12) :pp 1771–1776, déc. 1983.
- [Wei77] G. Weigelt. Modified astronomical speckle interferometry “speckle masking”. *Opt. Commun.*, 21(1) :55–59, 1977.